

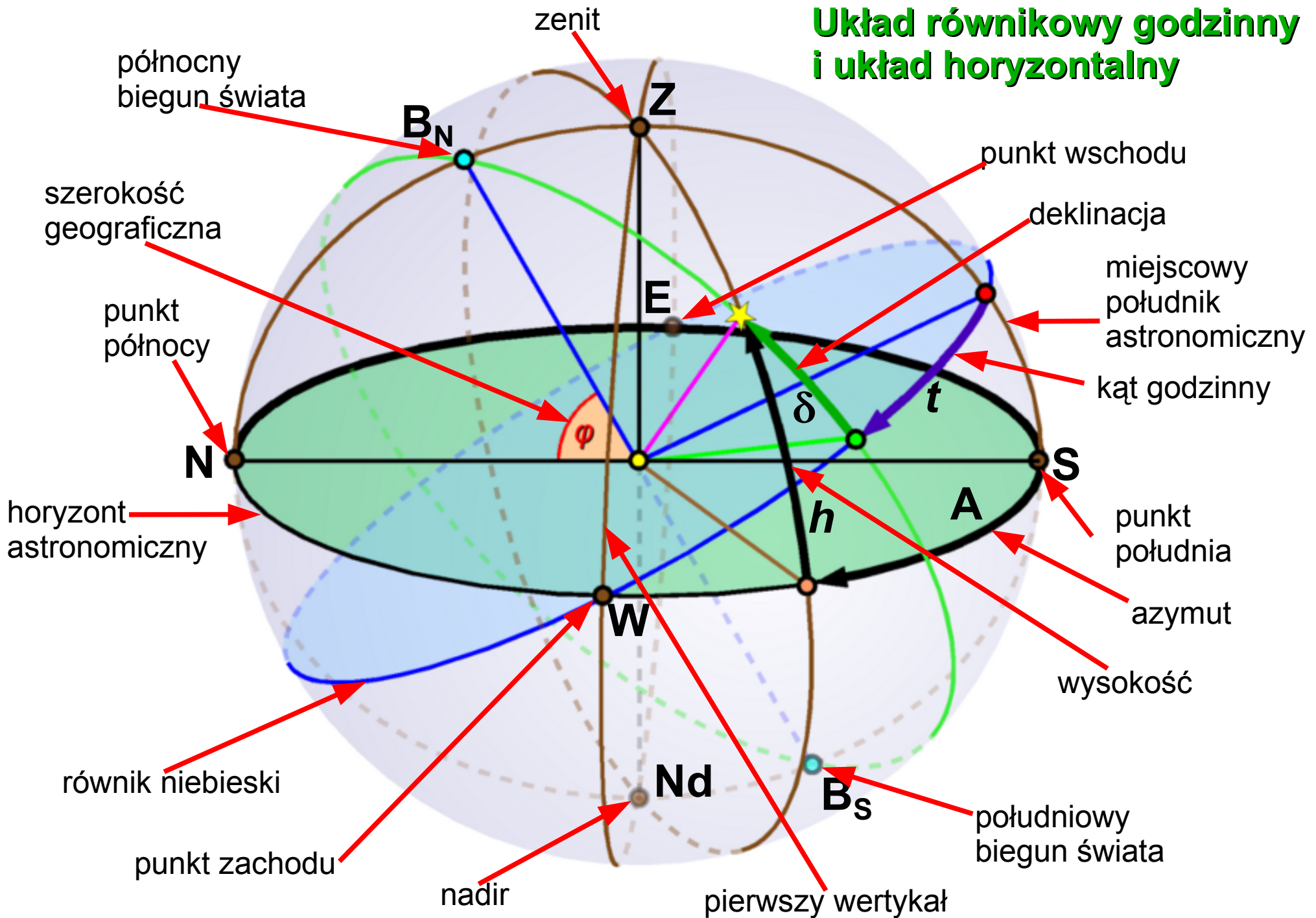
Wykład udostępniam na licencji Creative Commons:

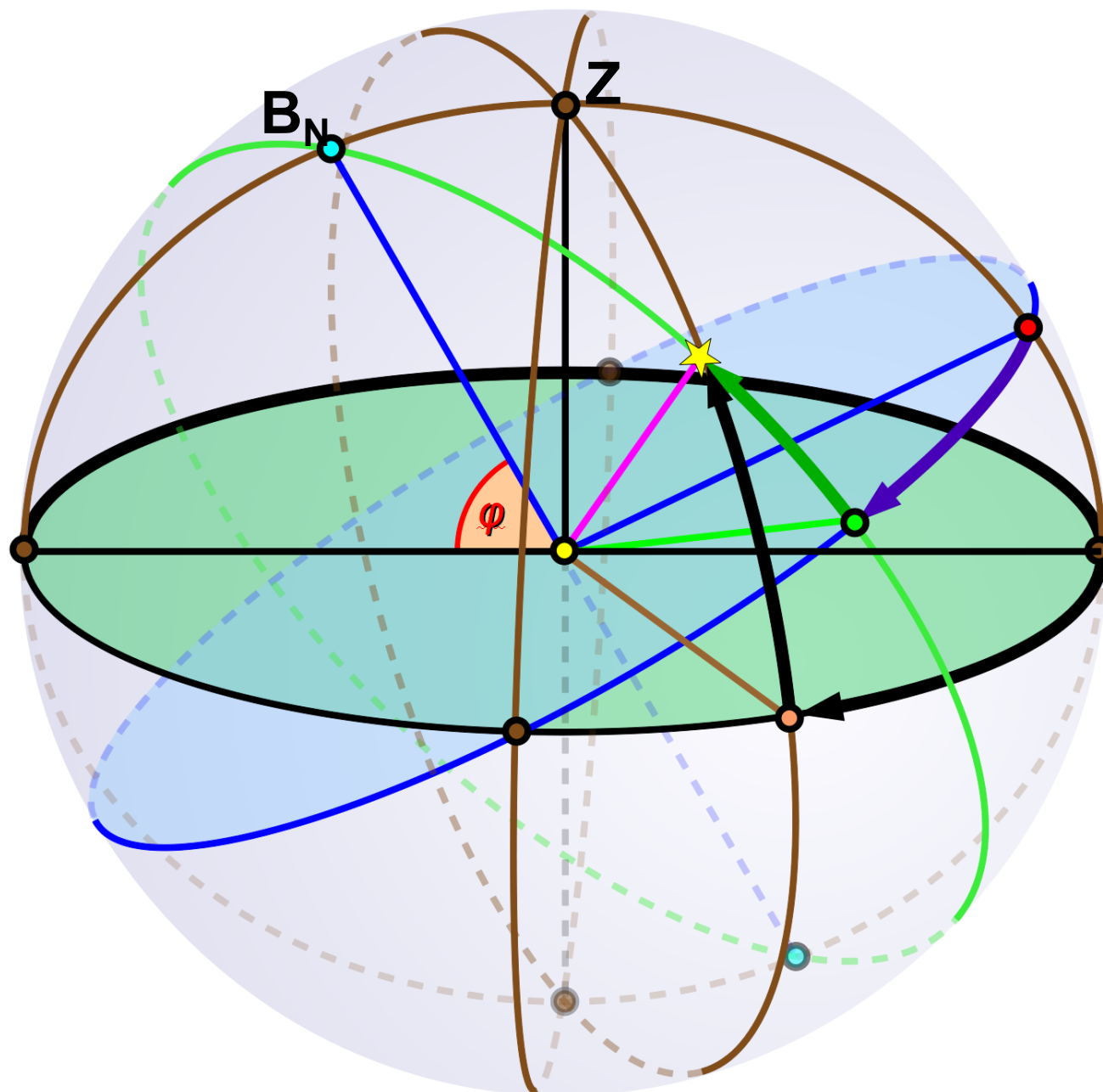


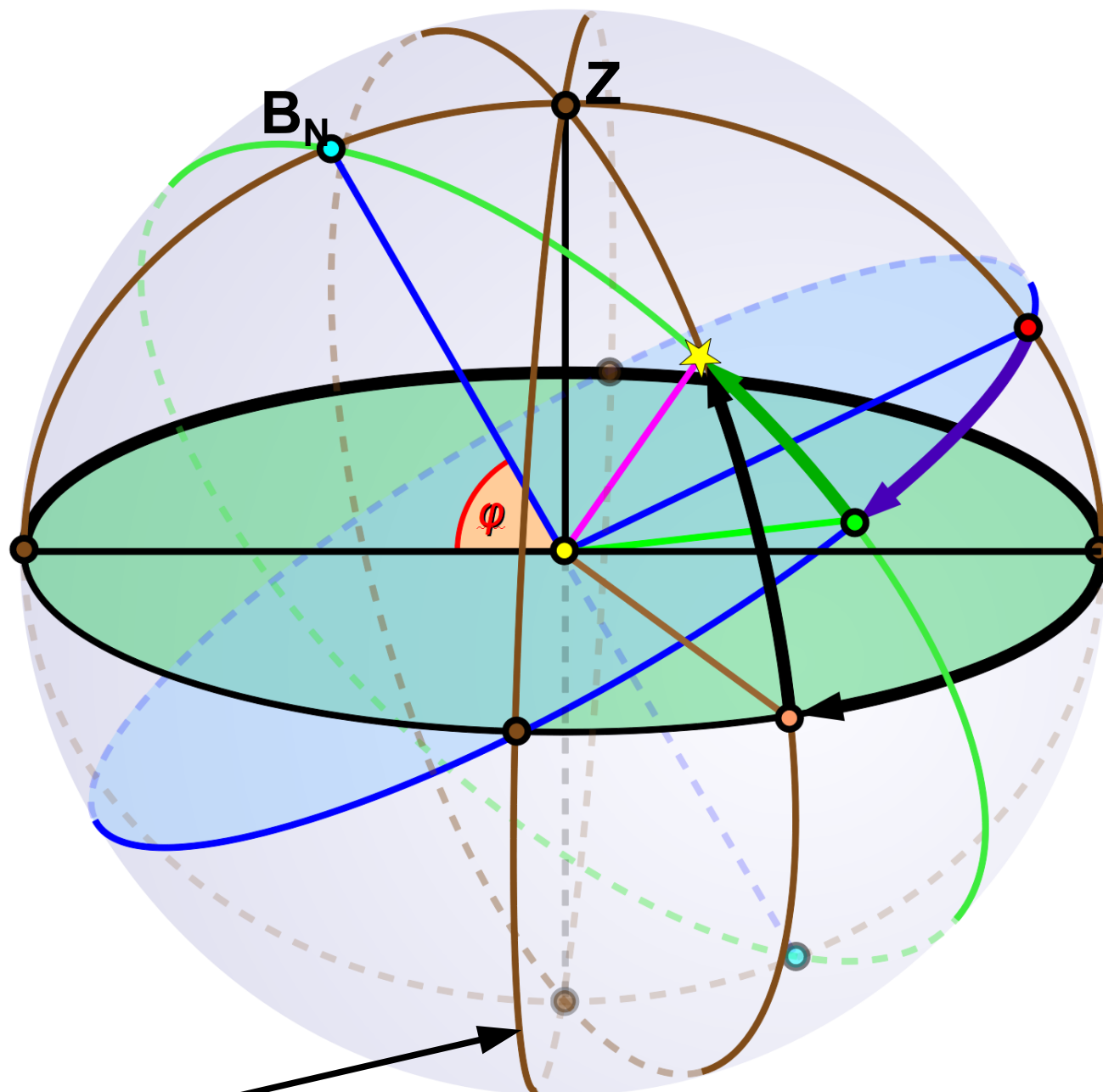
Wędrowki między układami współrzędnych.

Piotr A. Dybczyński

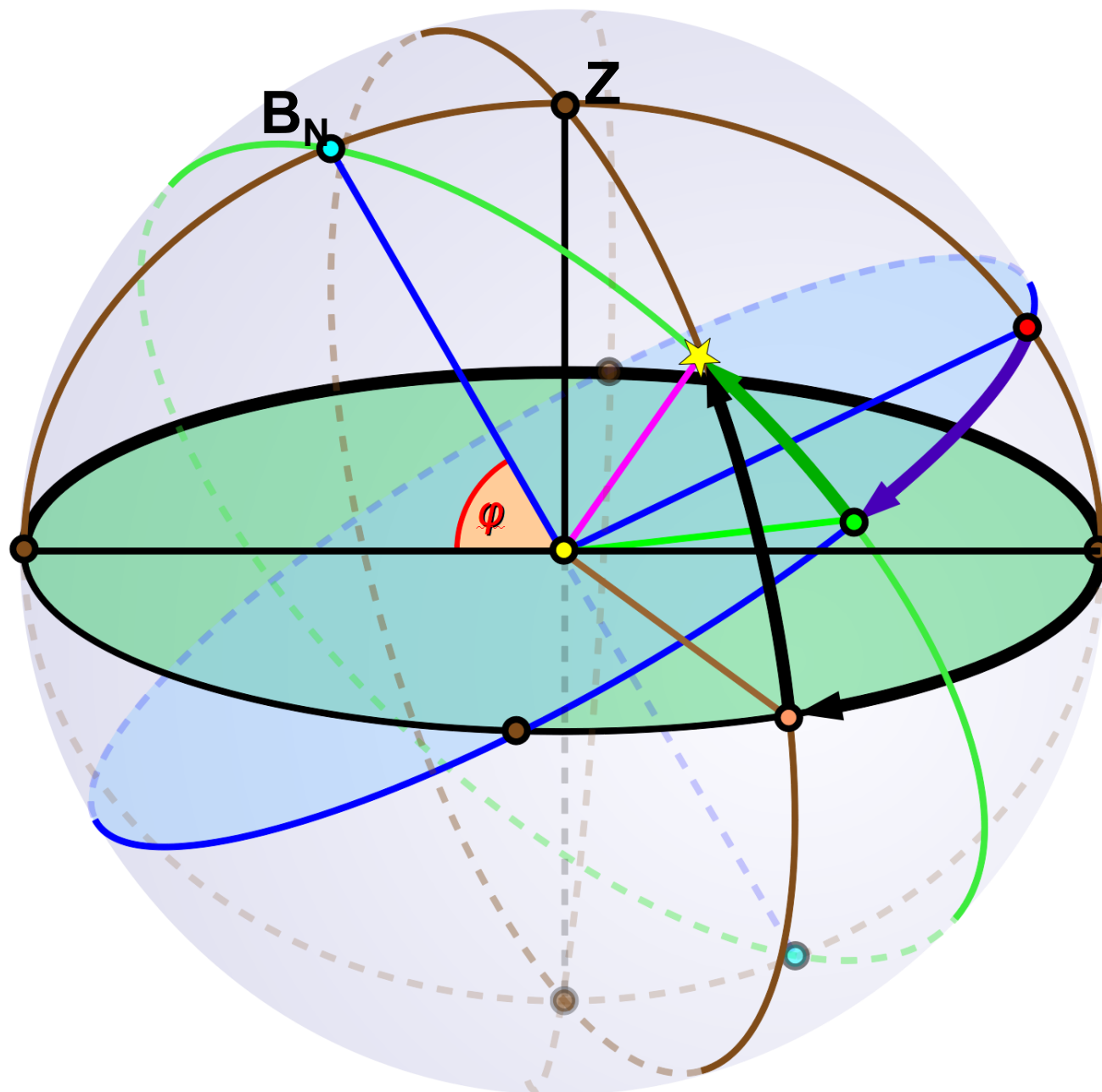
Układ równikowy godzinny i układ horyzontalny



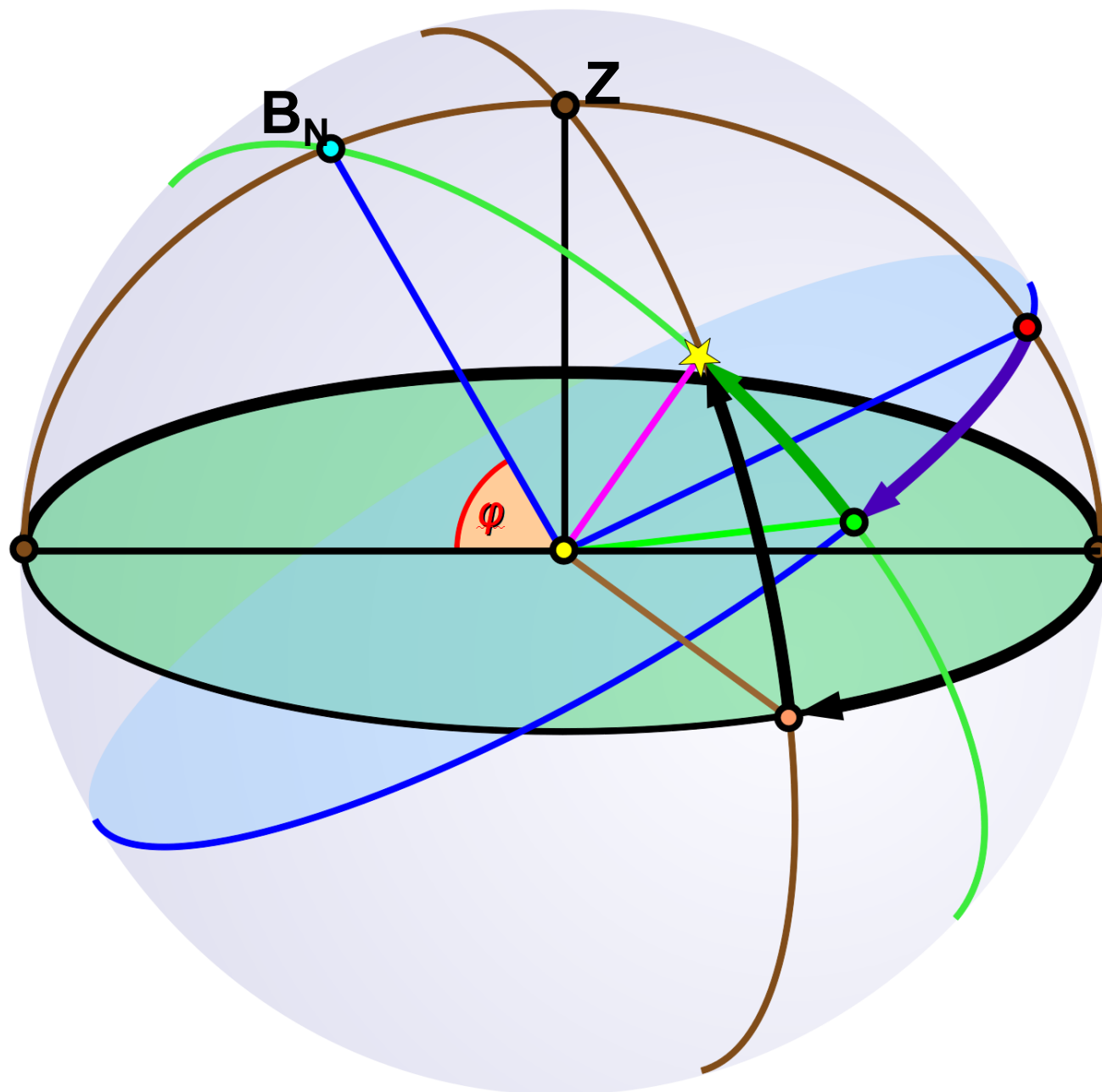


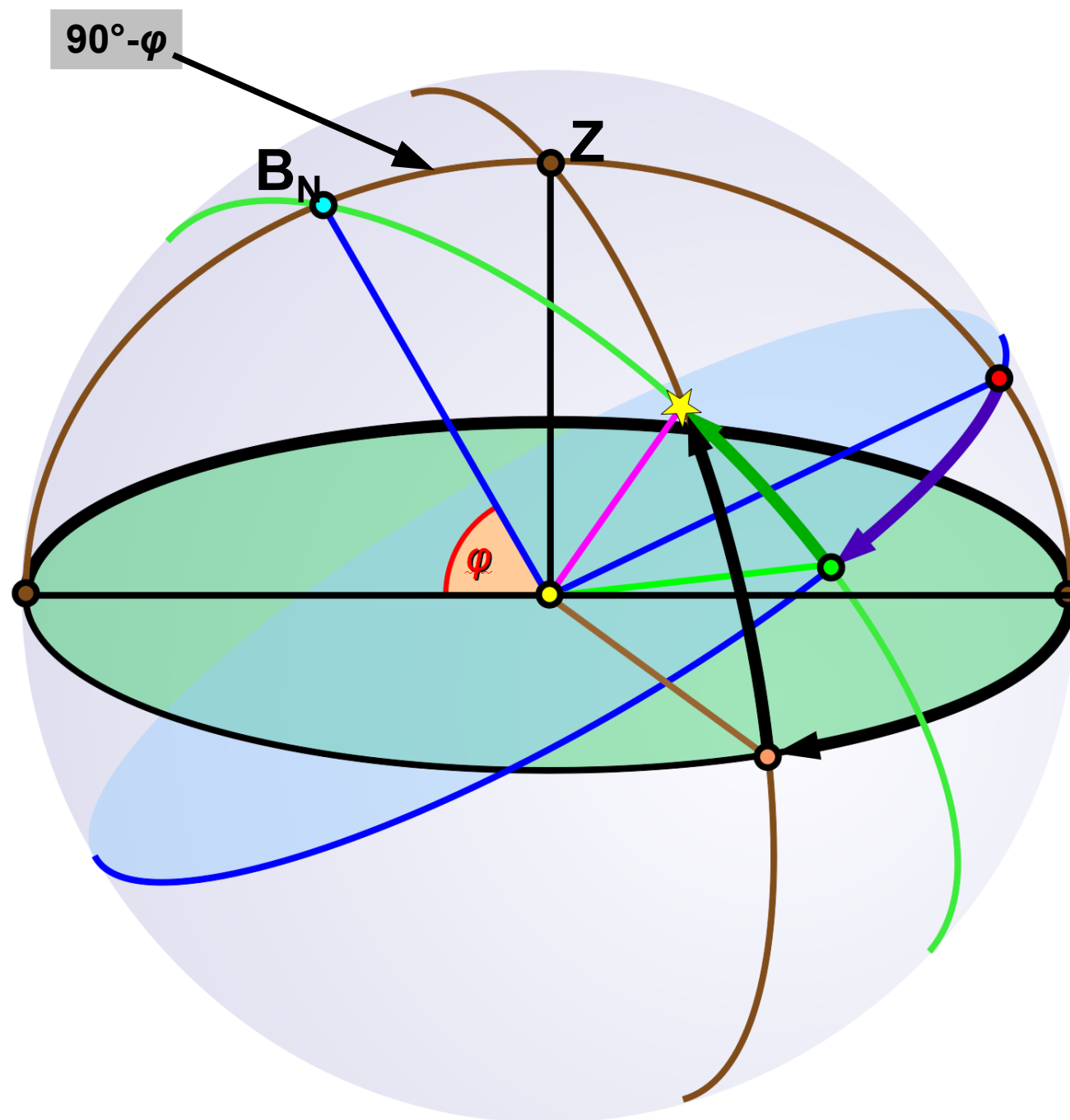


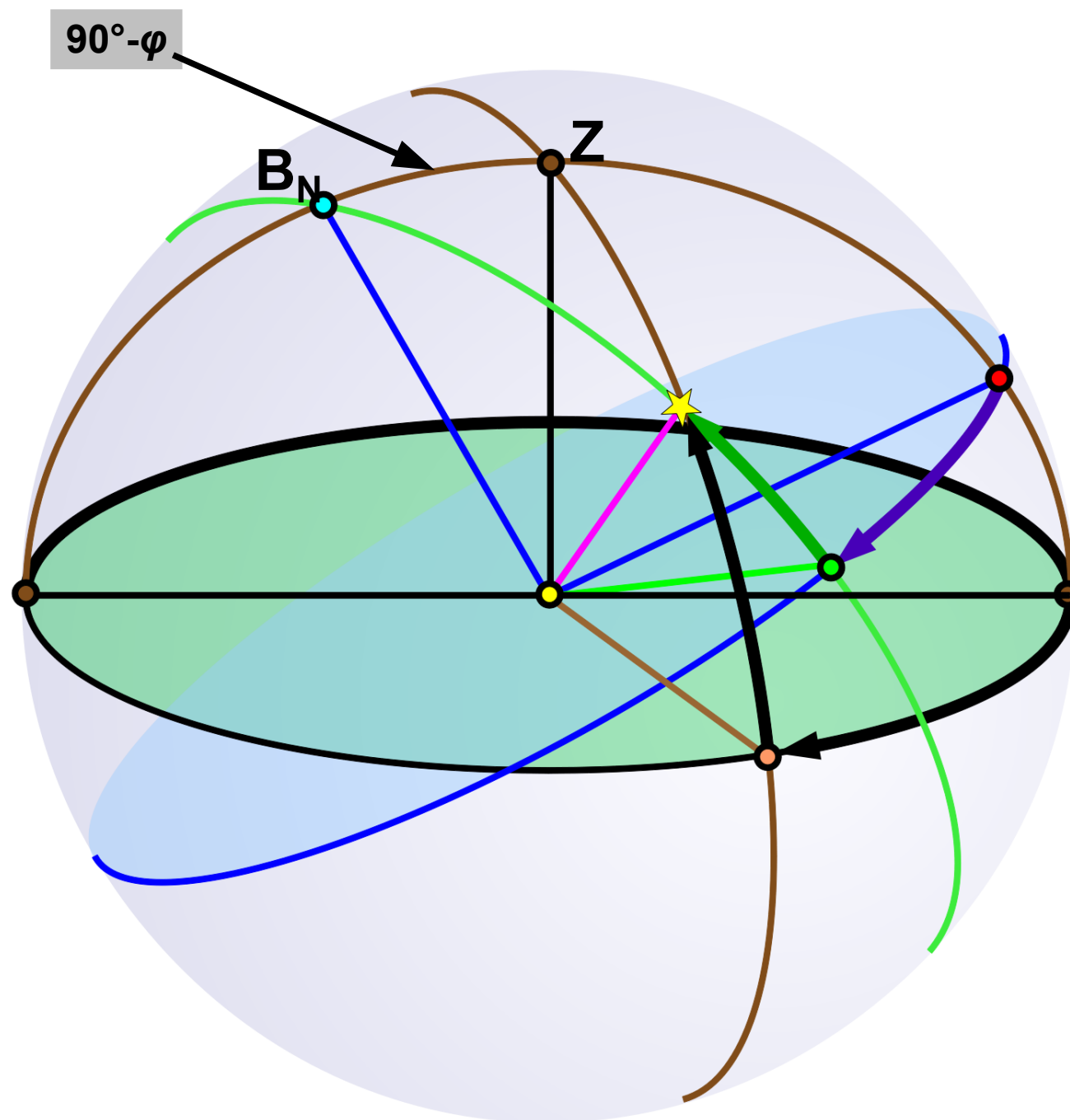
Usuńmy pierwszy wertykał...

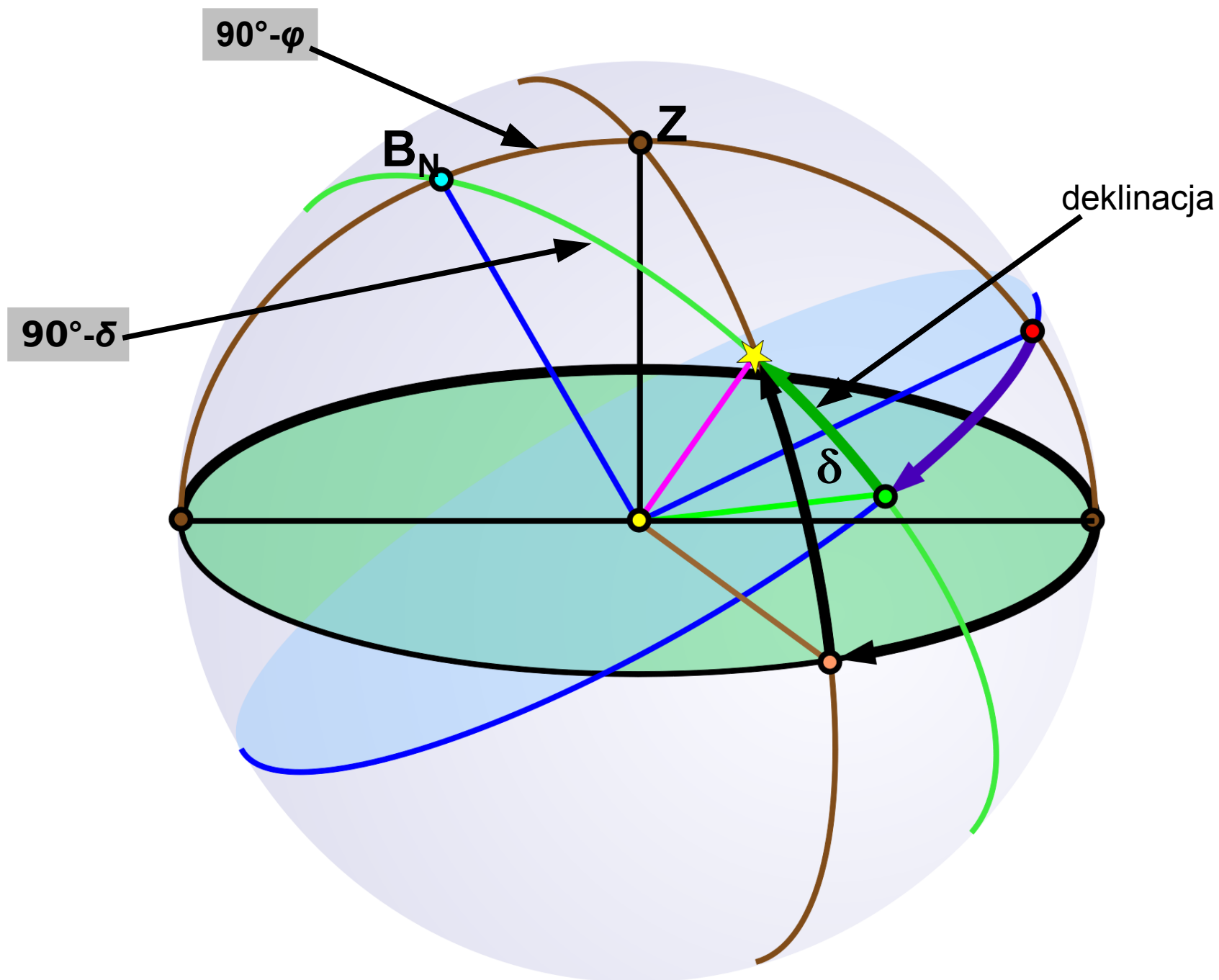


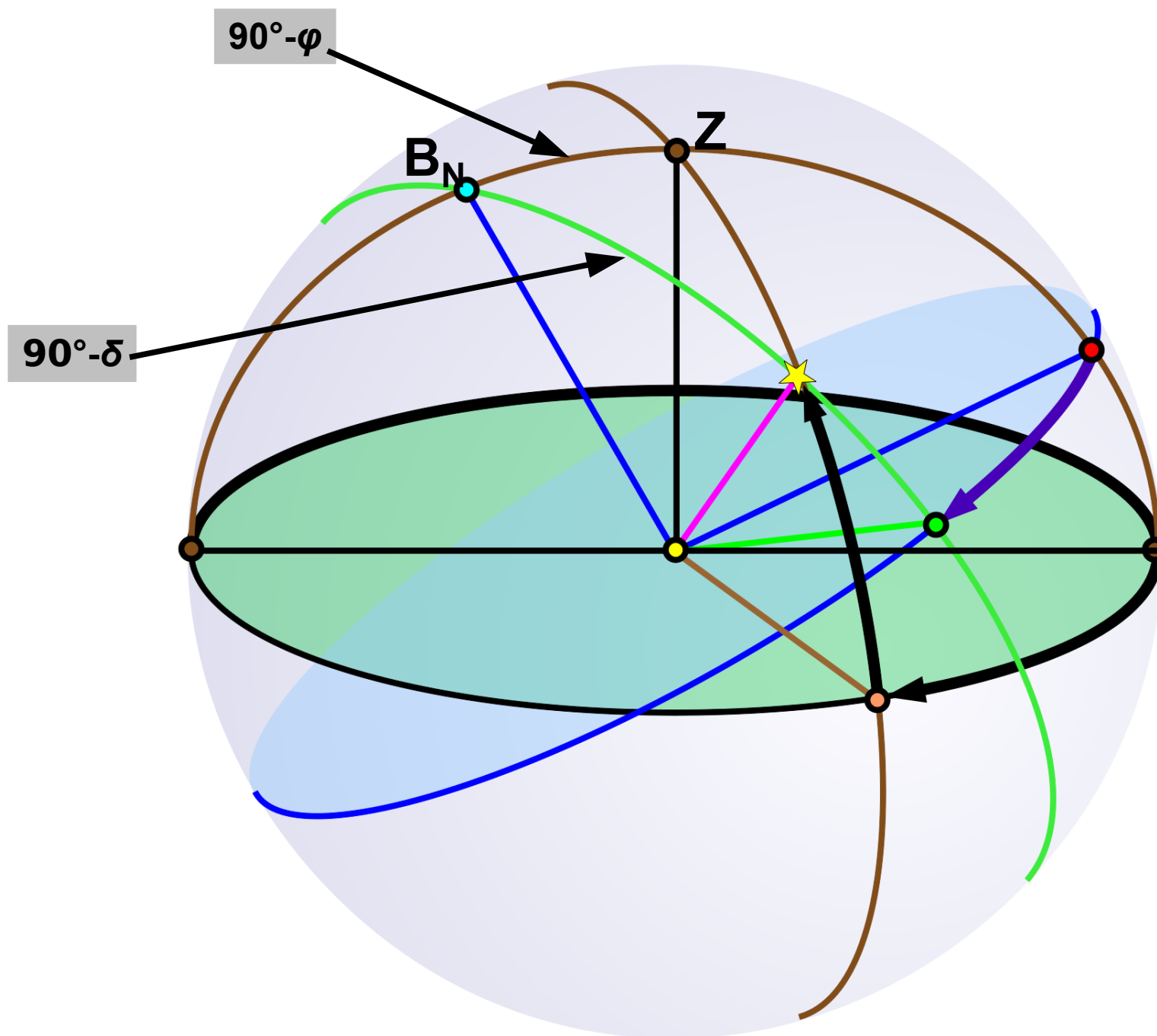


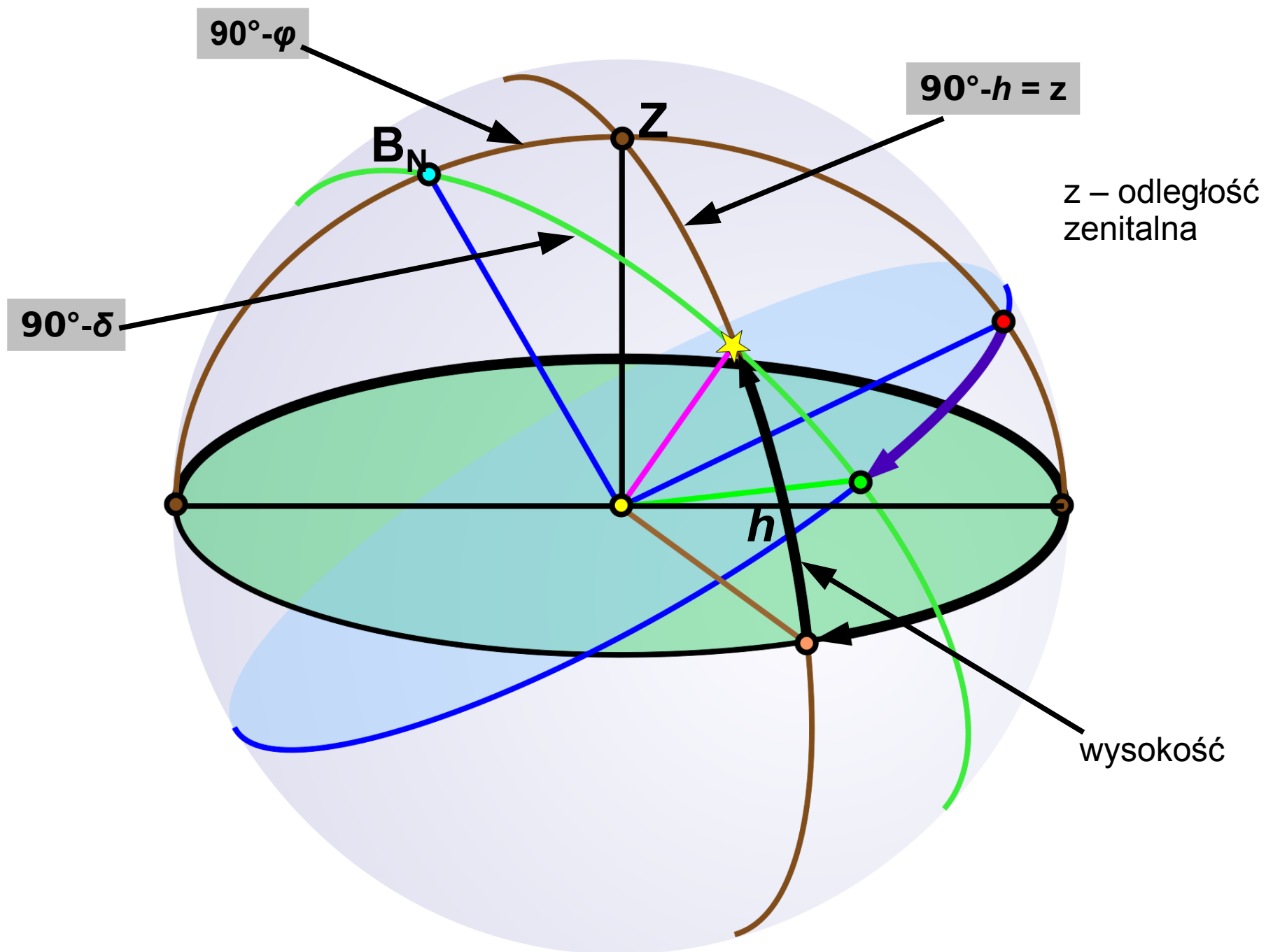


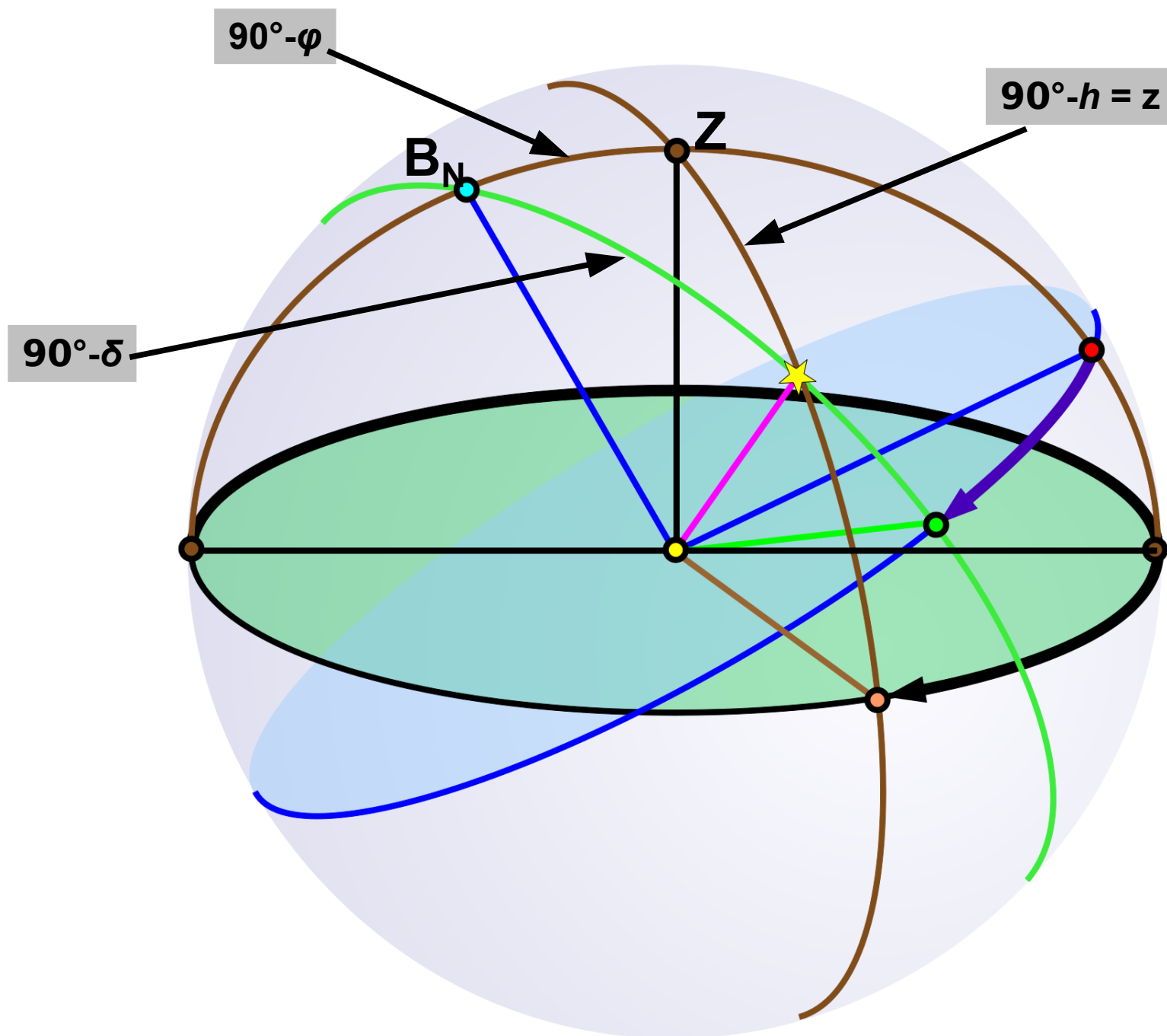


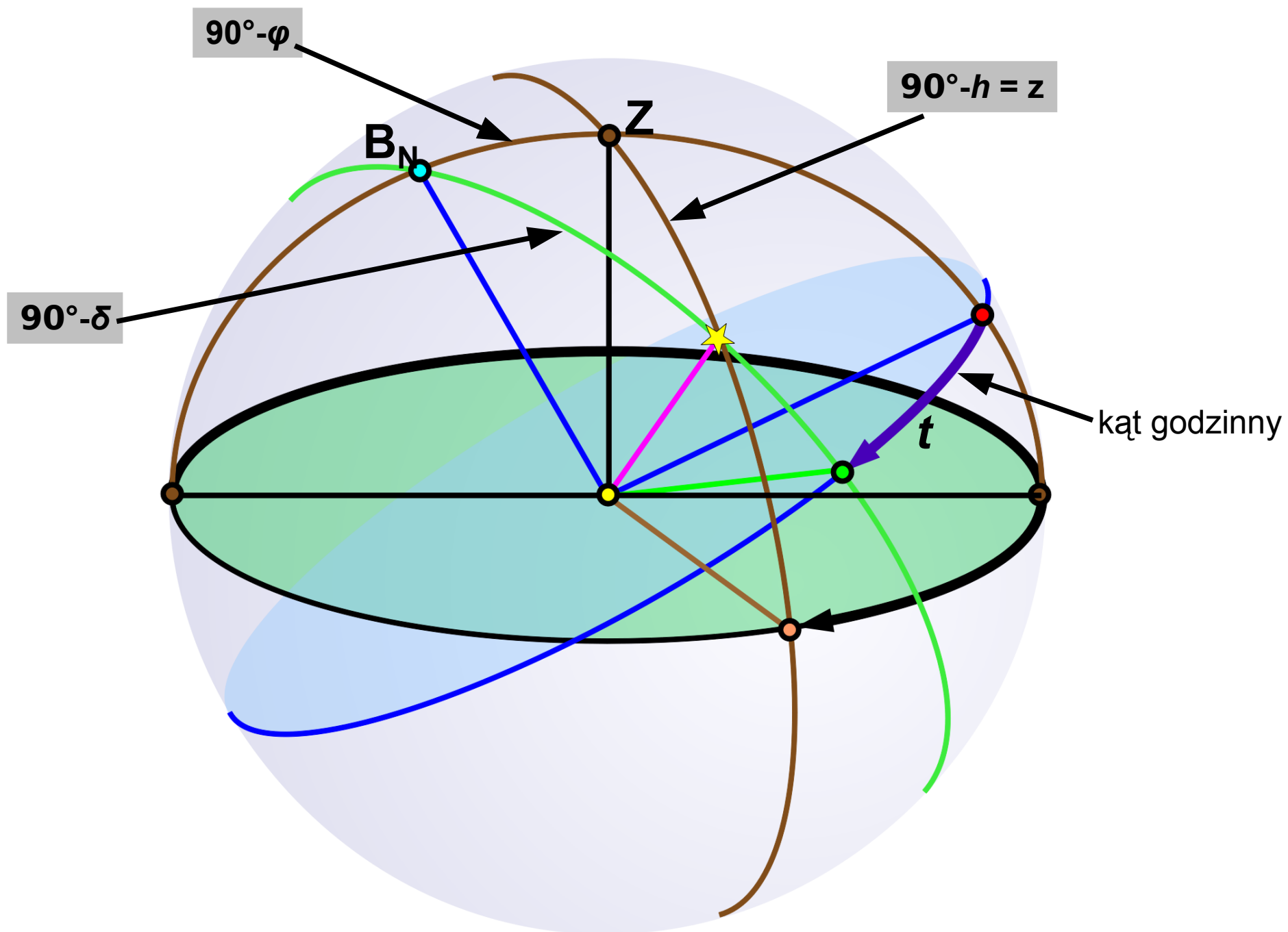


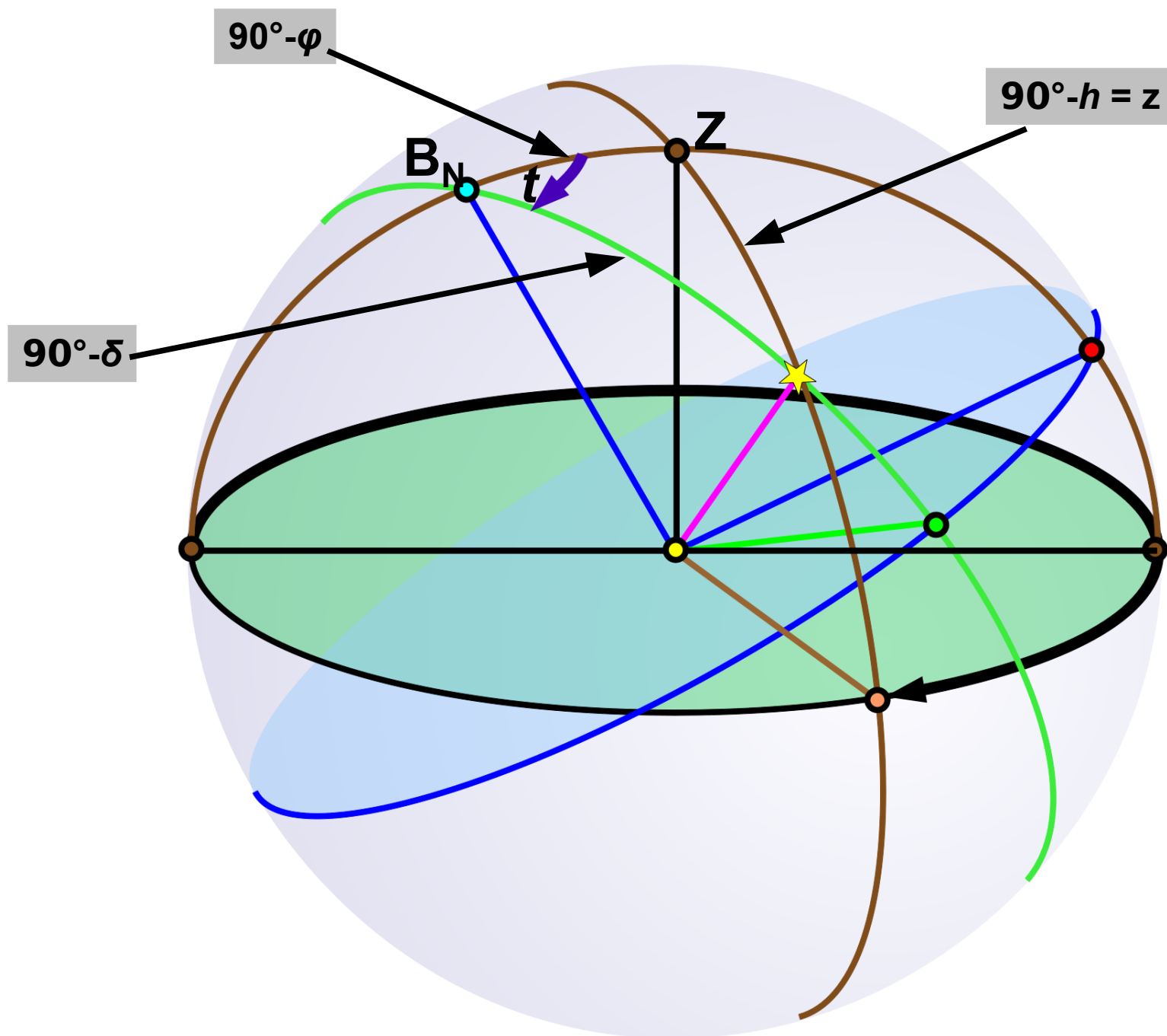


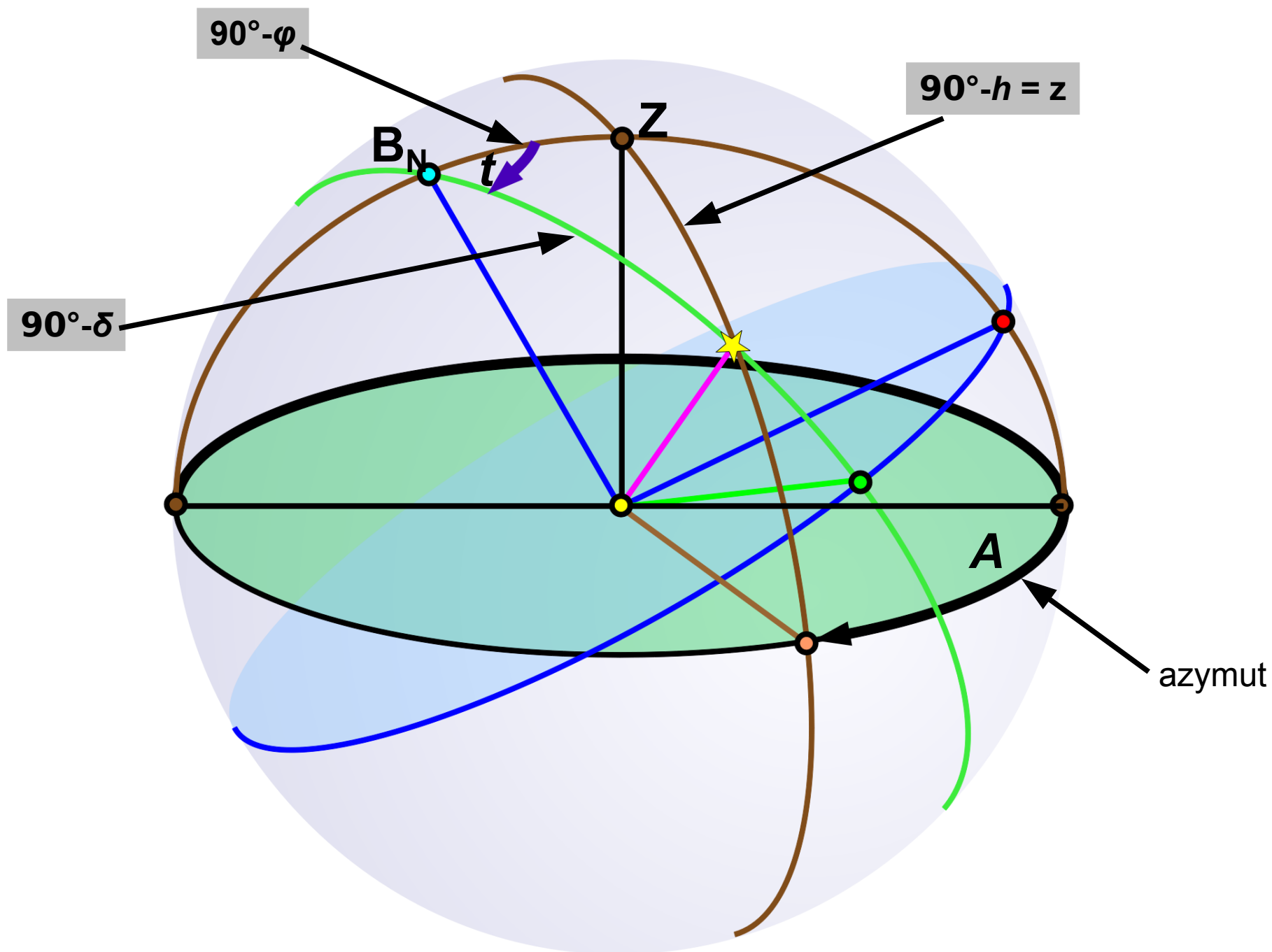


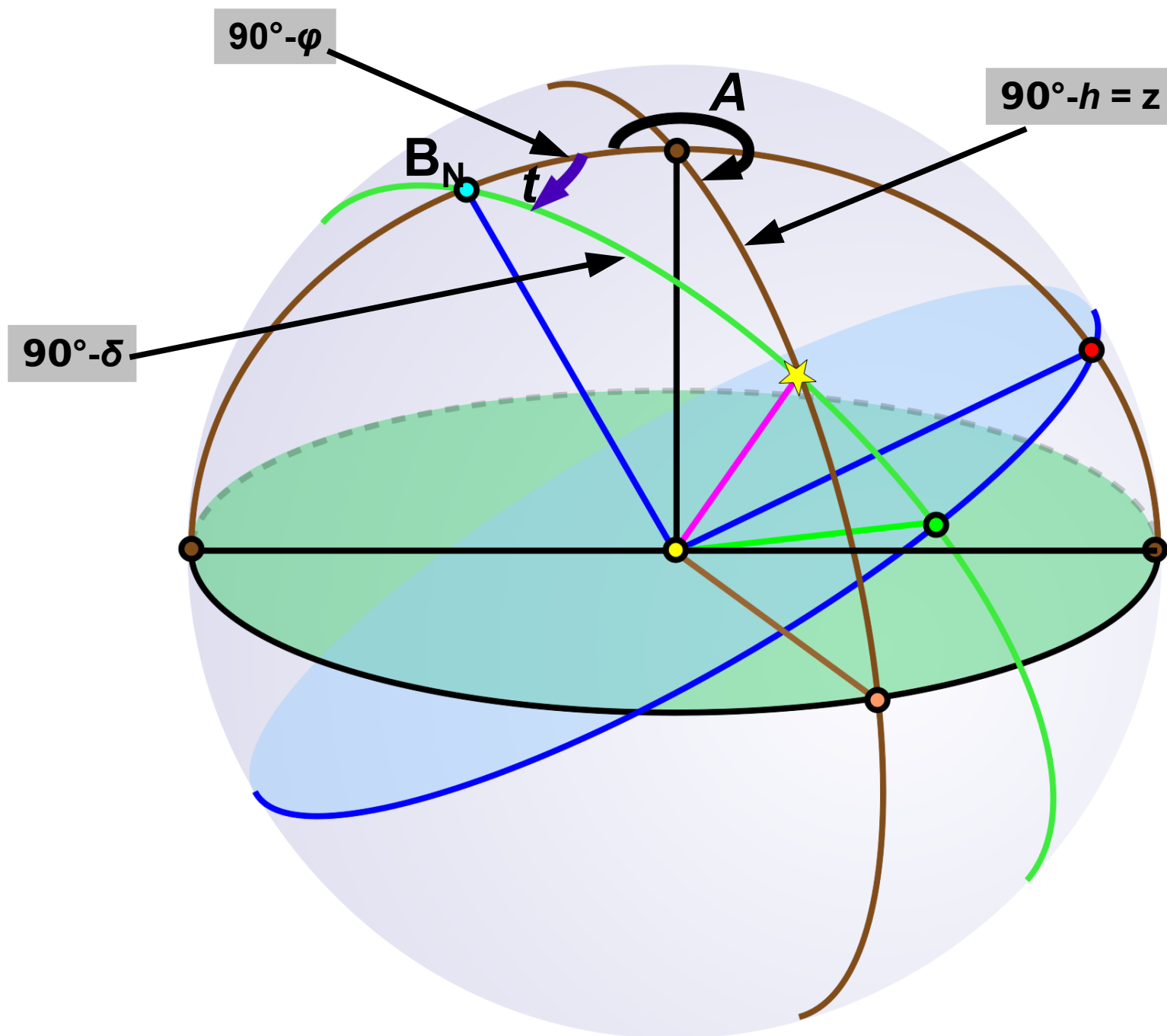


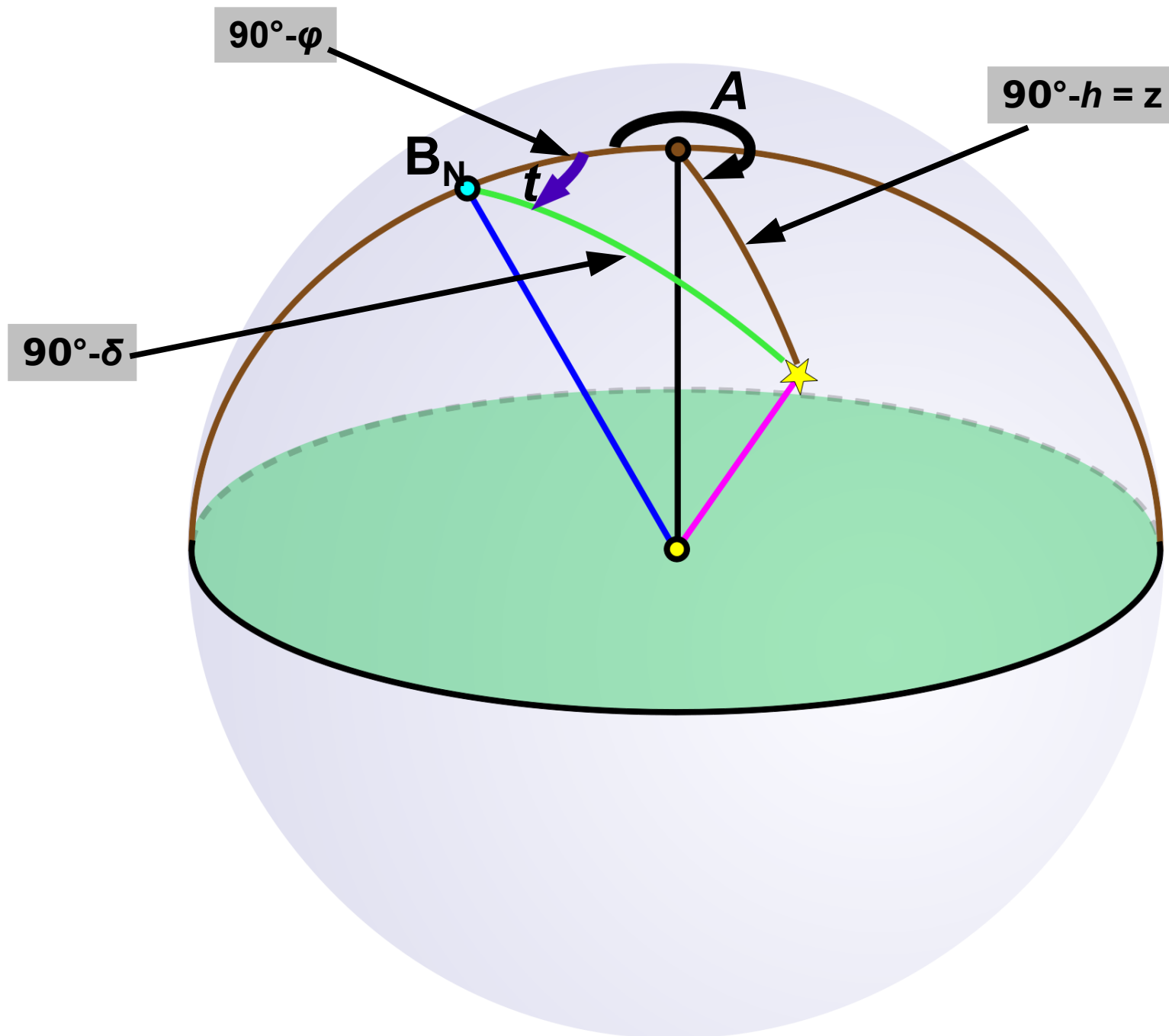


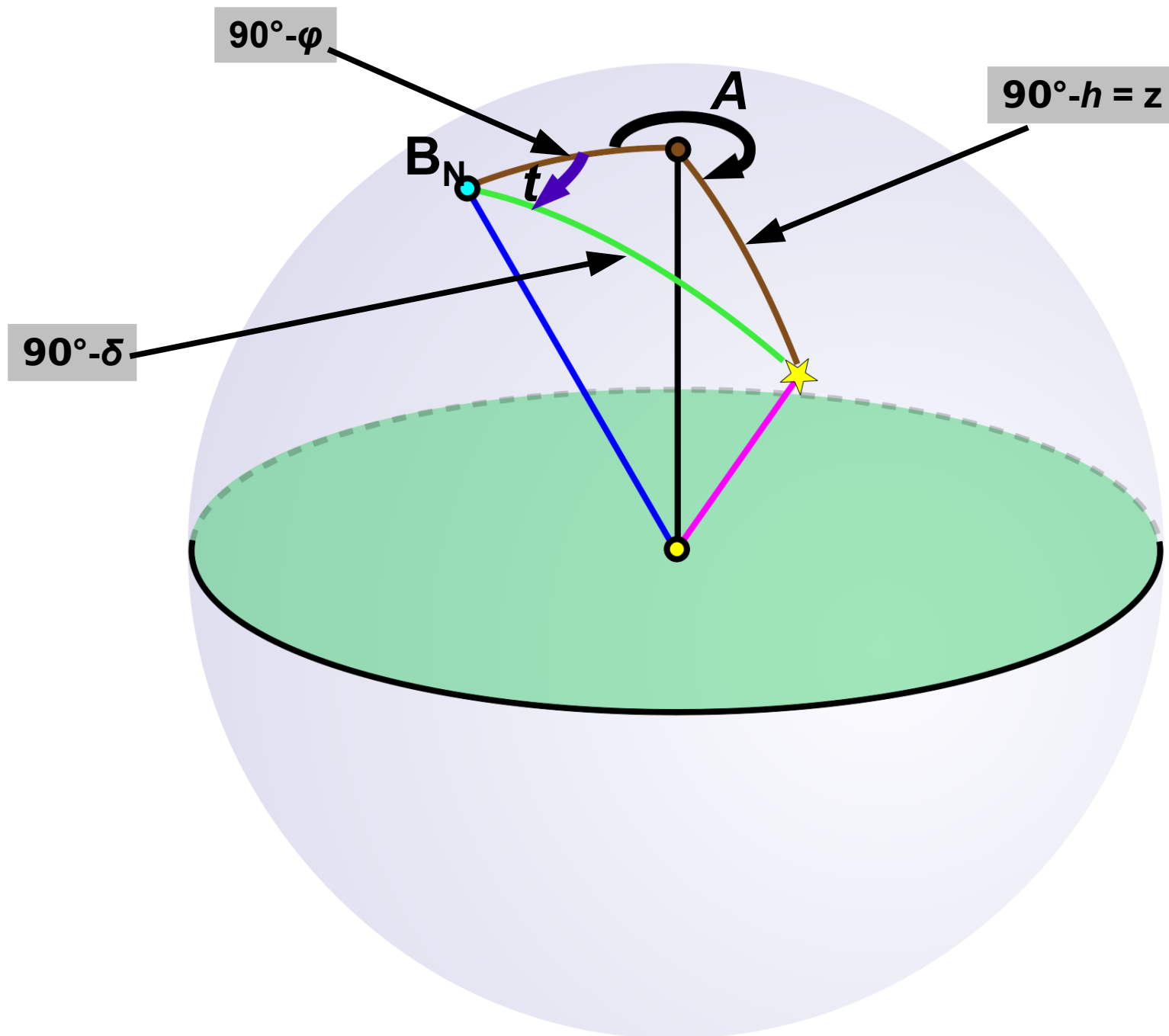


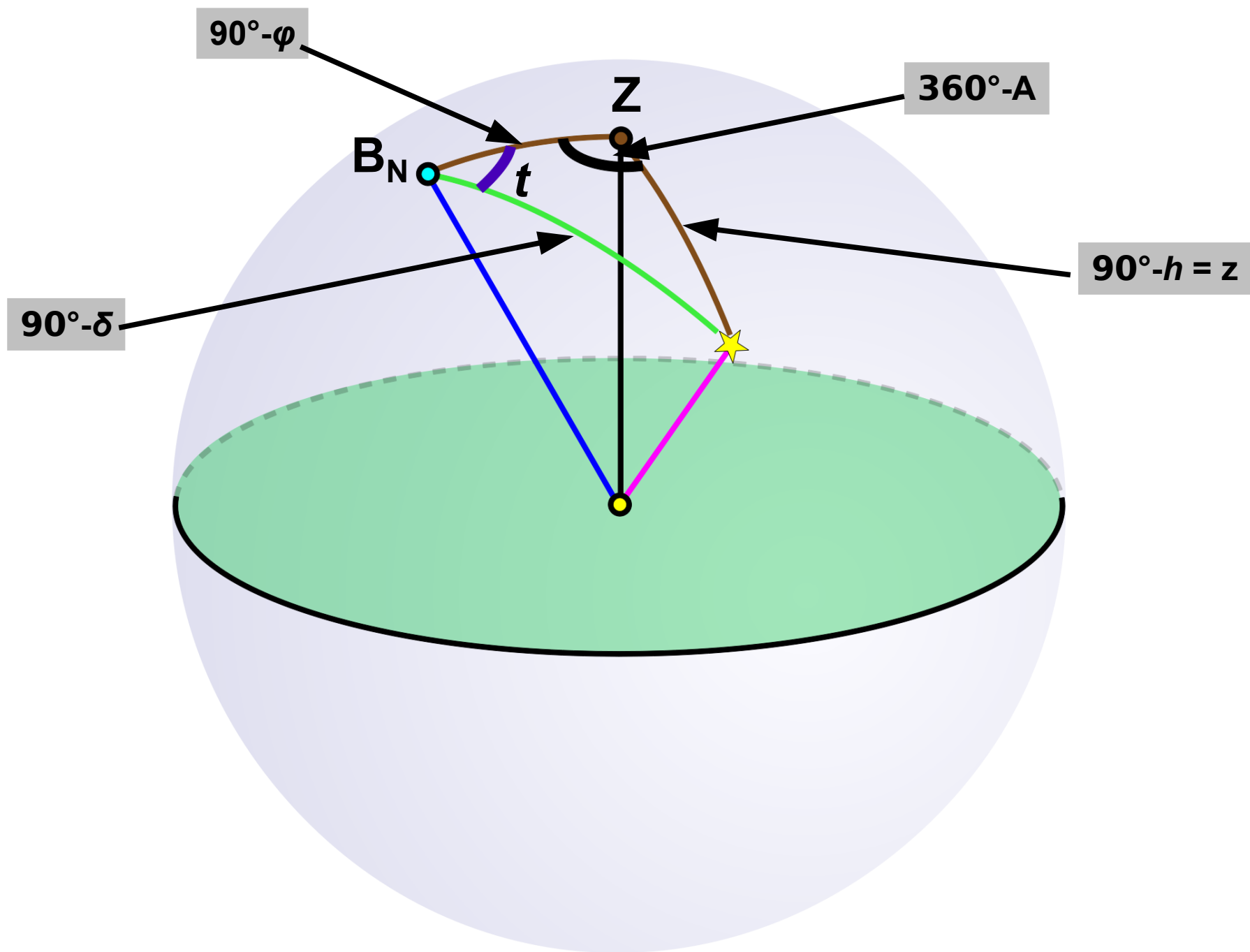


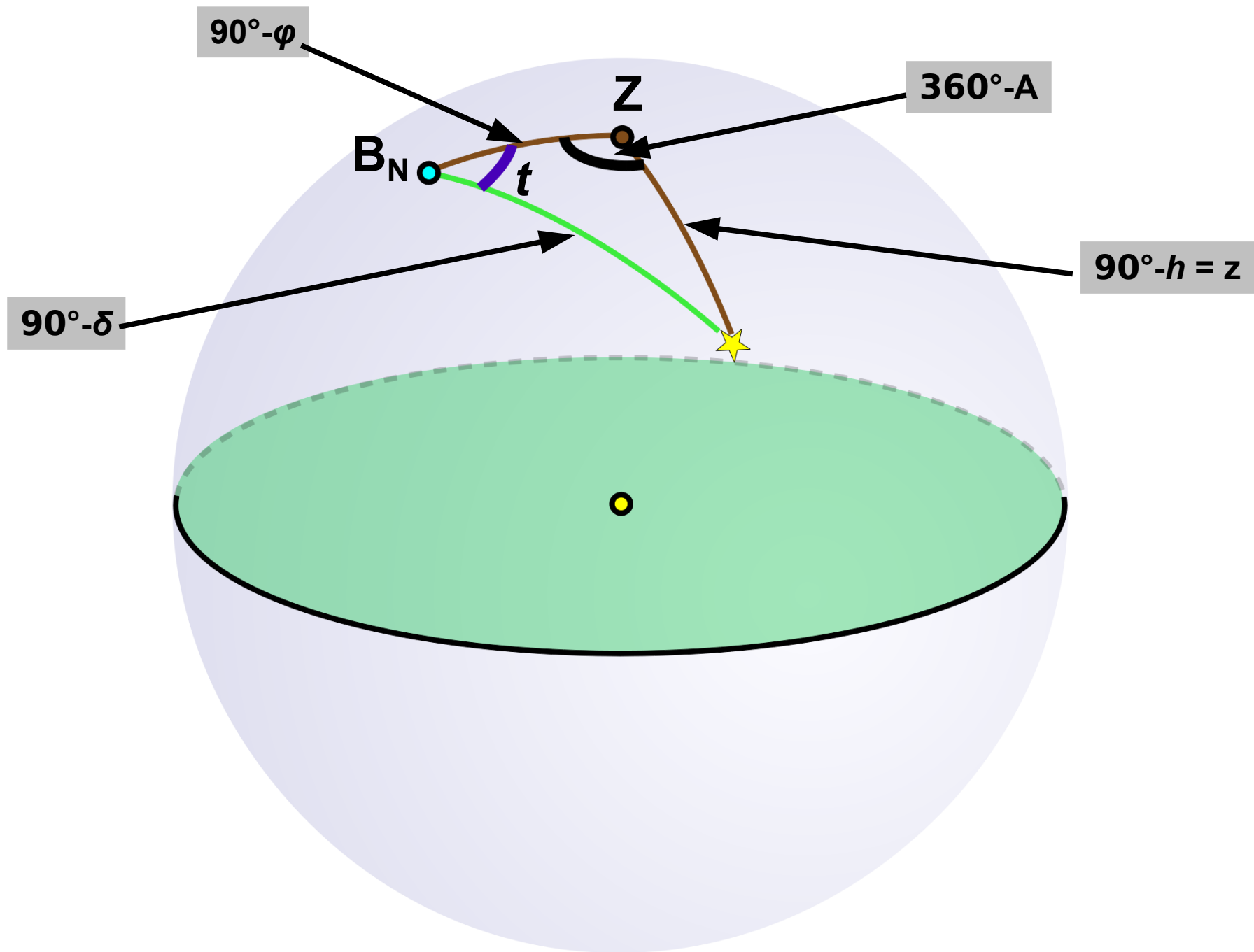


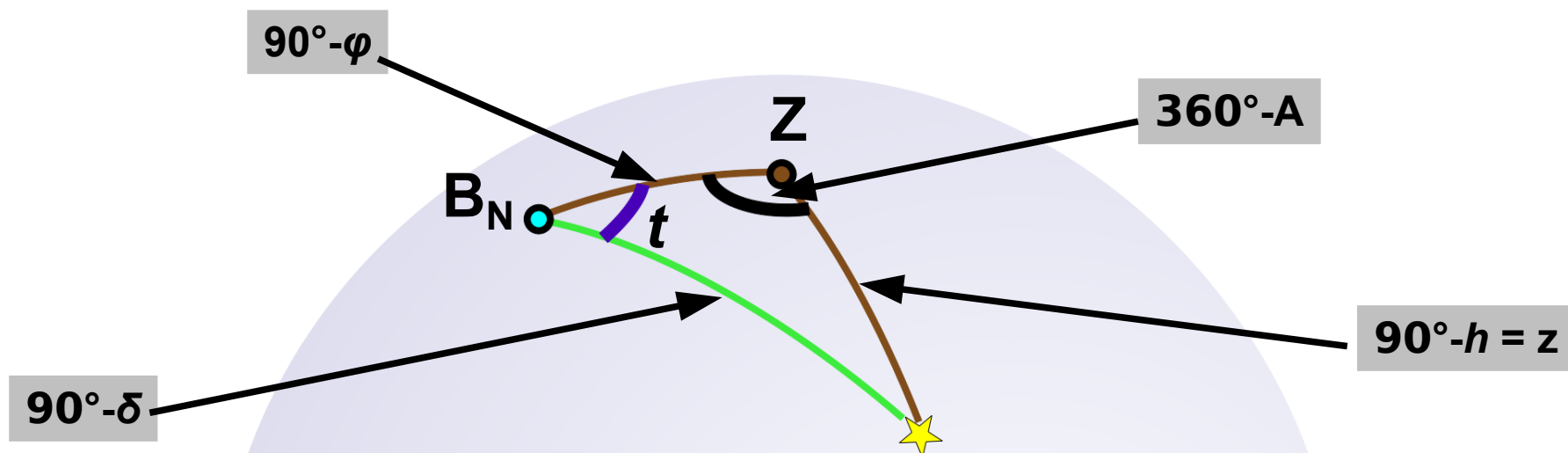








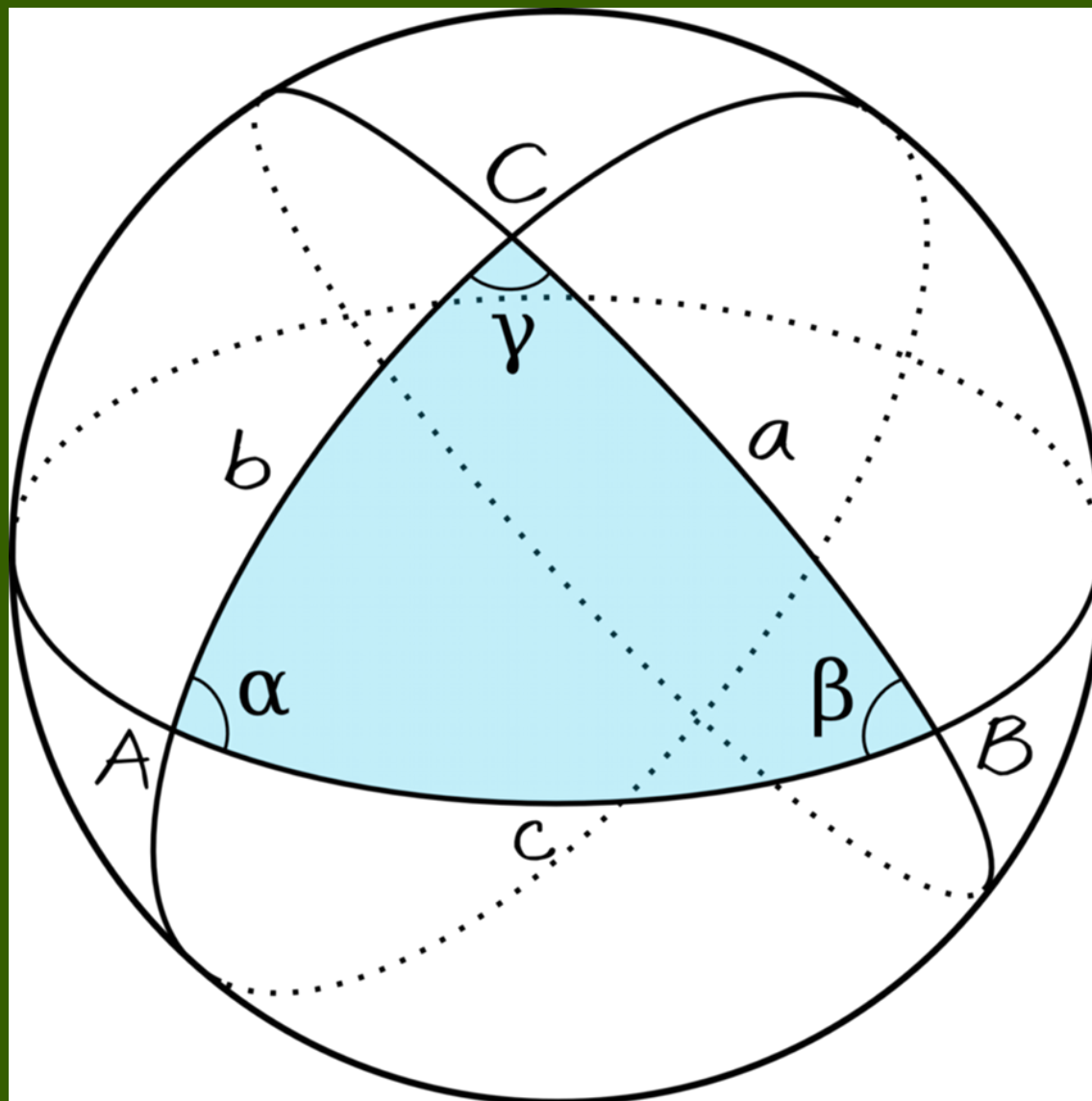




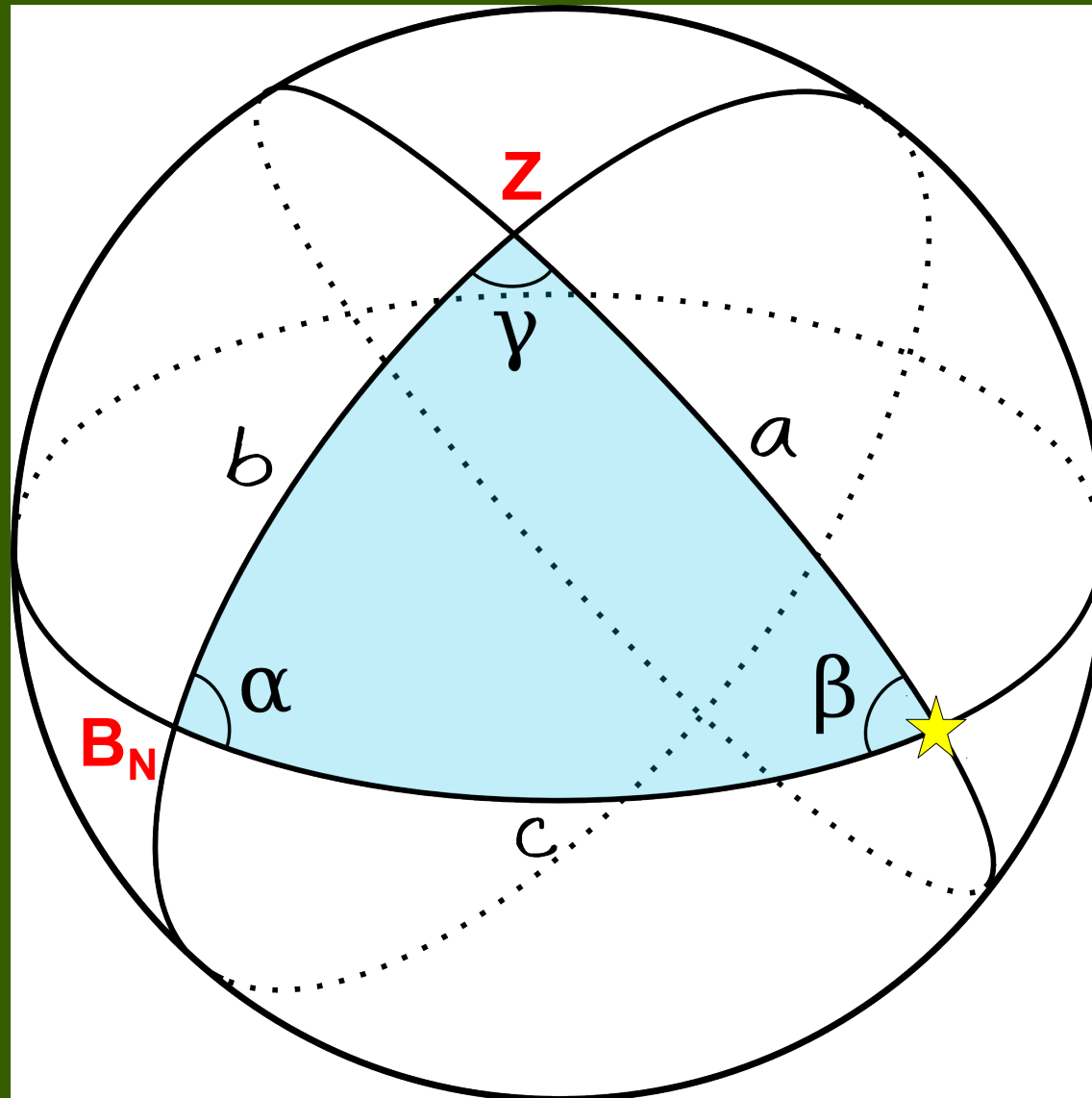
Trójkąt paralaktyczny

czyli związek między układem równikowym godzinnym
a układem horyzontalnym

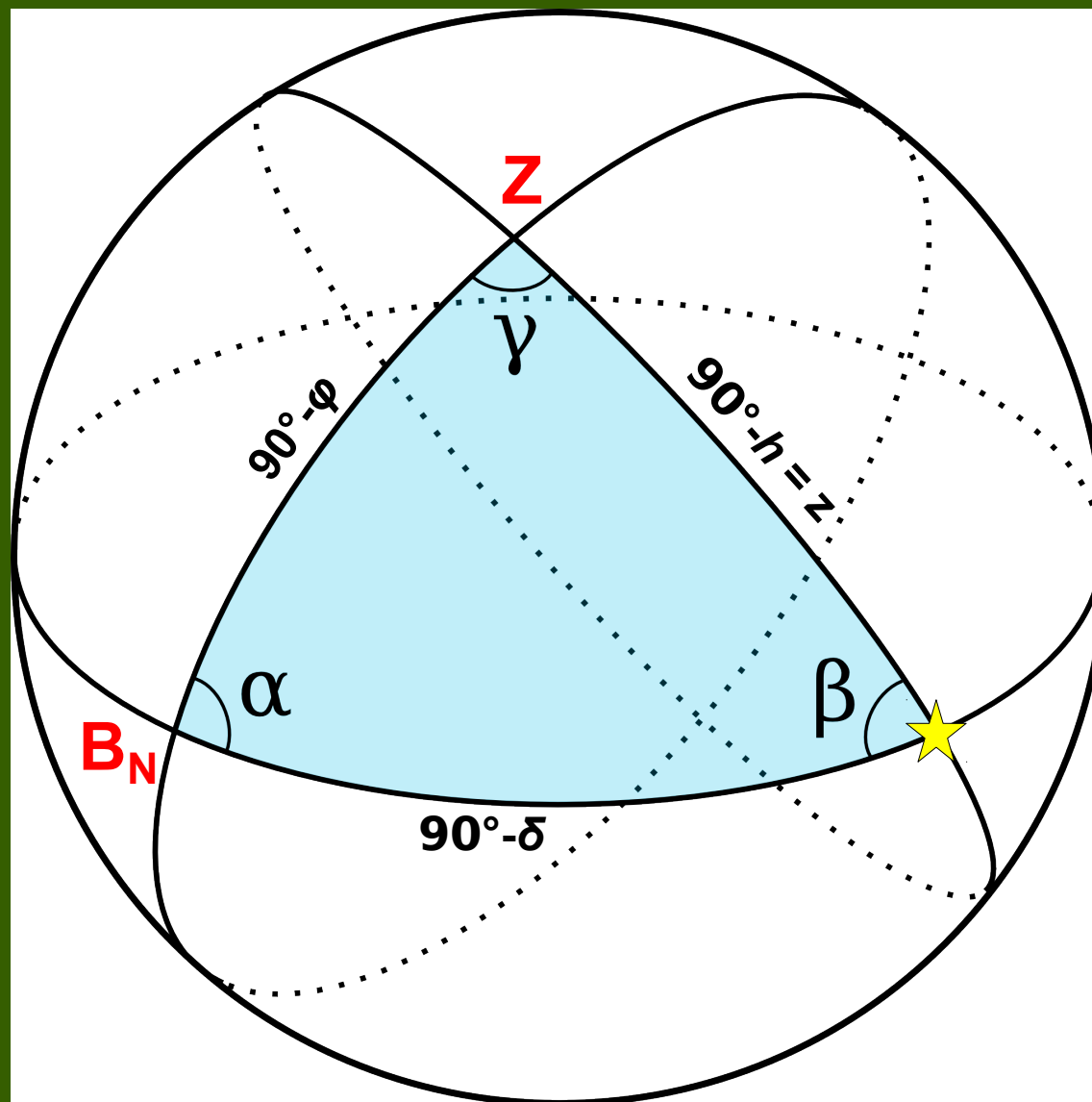
Trójkąt sferyczny



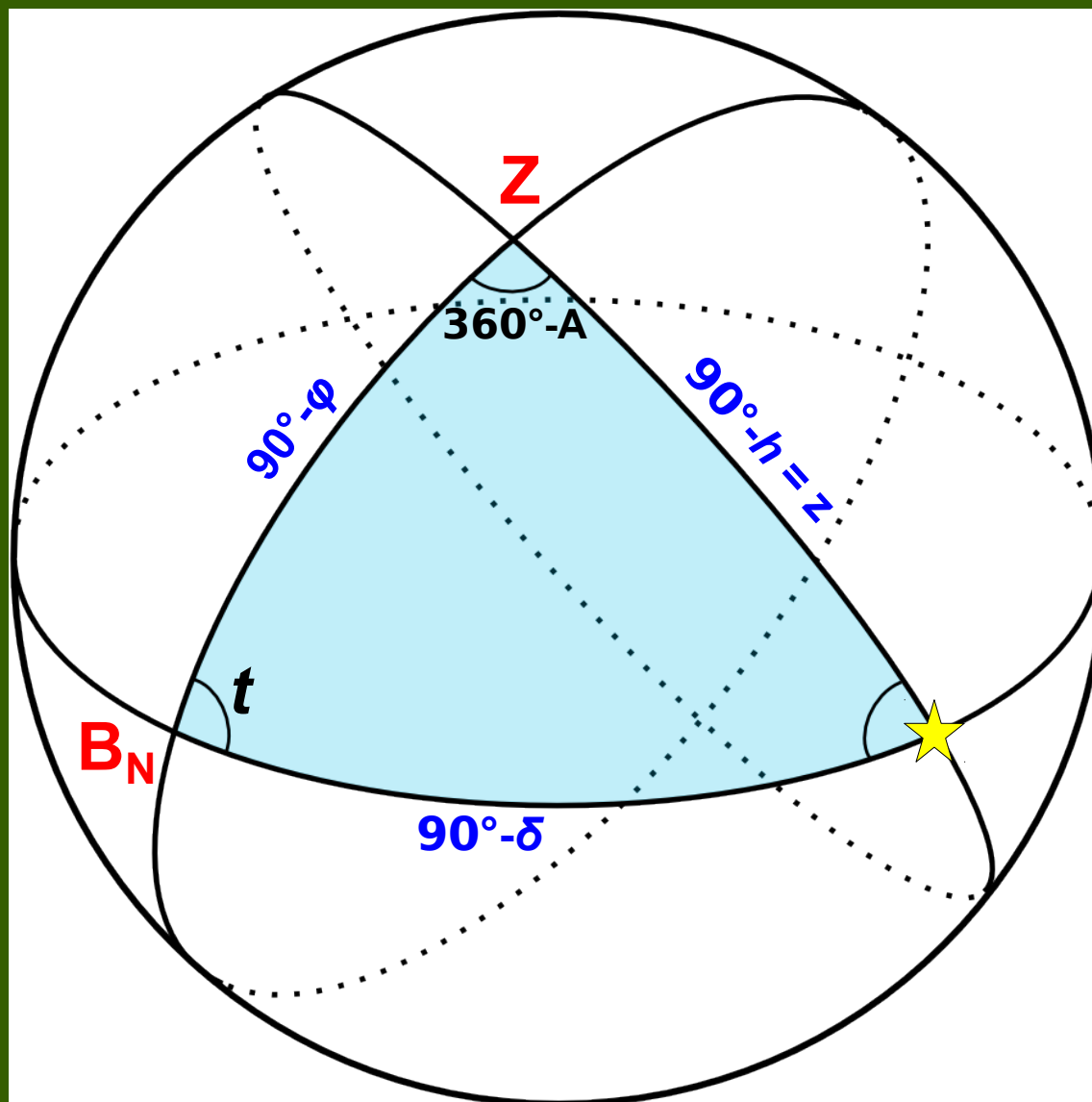
Trójkąt paralaktyczny



Trójkąt paralaktyczny



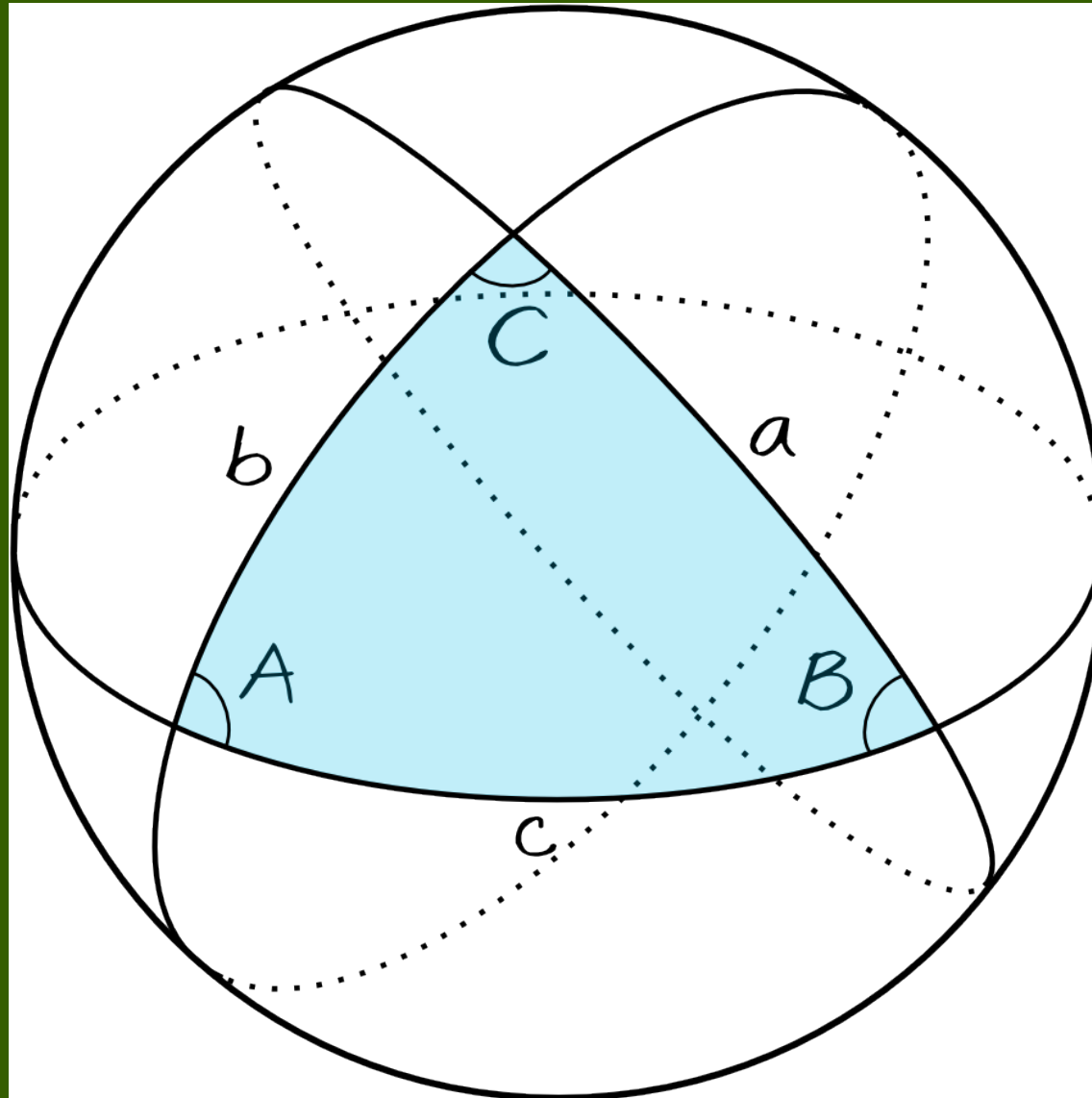
Trójkąt paralaktyczny



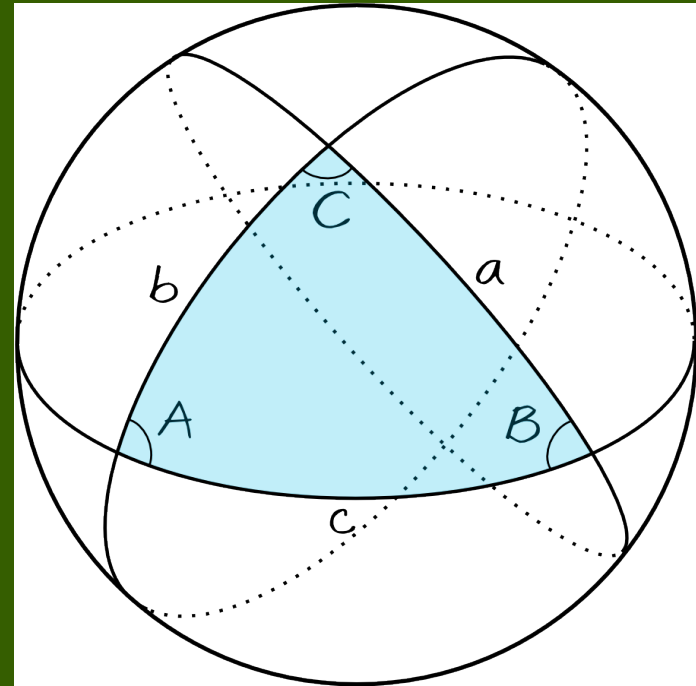
Trójkąt sferyczny eulerowski

- Warunek: każdy bok jest mniejszy od 180°
- Właściwości:
 - obwód jest mniejszy niż obwód koła wielkiego (2π)
 - suma długości dwóch boków jest większa od długości trzeciego boku
 - suma kątów wewnętrznych mieści się między π i 3π
 - możliwy jest trójkąt o dwóch a nawet trzech kątach prostych

Trójkąt sferyczny



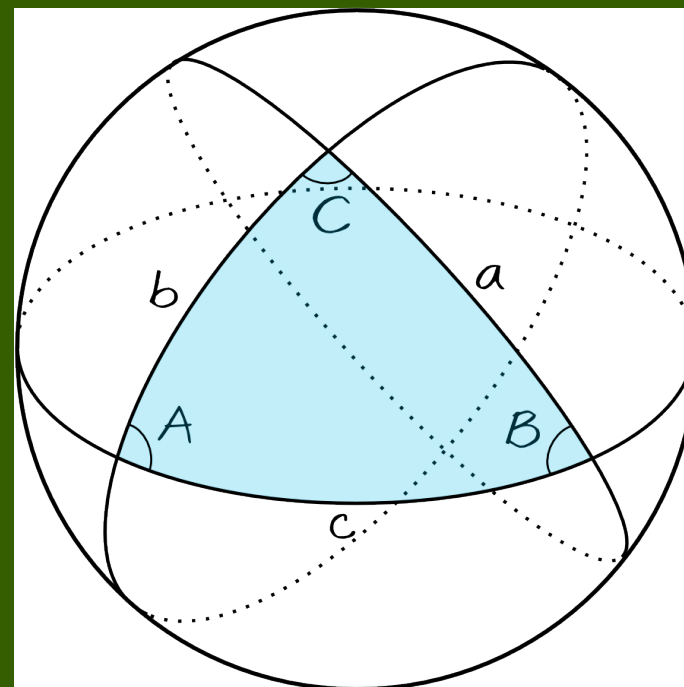
Trygonometria sferyczna



Wzory sinusów:

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

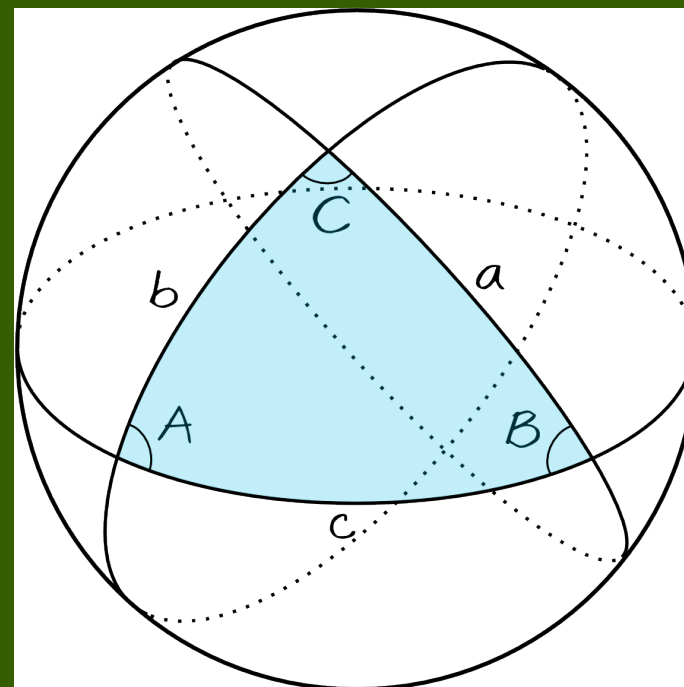
Trygonometria sferyczna



Wzory cosinusów dla boków:

$$\begin{aligned}\cos a &= \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A \\ \cos b &= \cos a \cdot \cos c + \sin a \cdot \sin c \cdot \cos B \\ \cos c &= \cos b \cdot \cos a + \sin b \cdot \sin a \cdot \cos C\end{aligned}$$

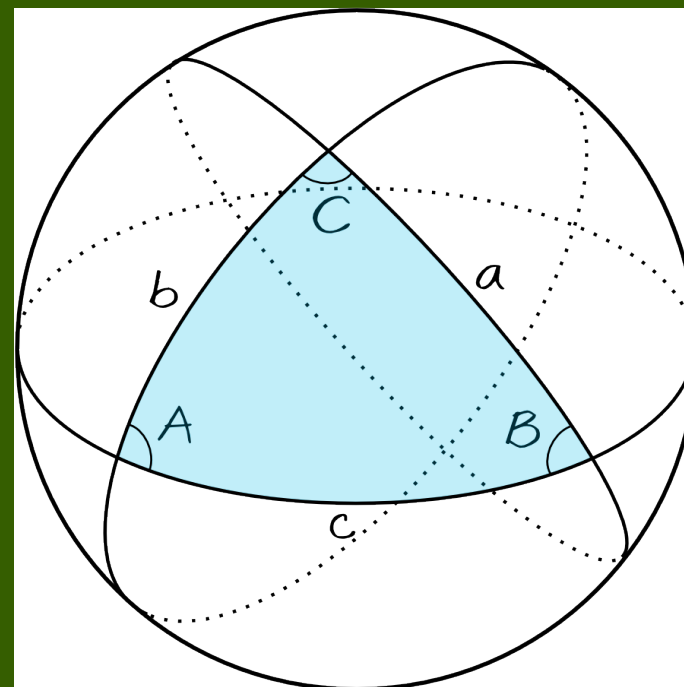
Trygonometria sferyczna



Wzory cosinusów dla kątów:

$$\begin{aligned}\cos A &= -\cos B \cdot \cos C + \sin B \cdot \sin C \cdot \cos a \\ \cos B &= -\cos A \cdot \cos C + \sin A \cdot \sin C \cdot \cos b \\ \cos C &= -\cos B \cdot \cos A + \sin B \cdot \sin A \cdot \cos c\end{aligned}$$

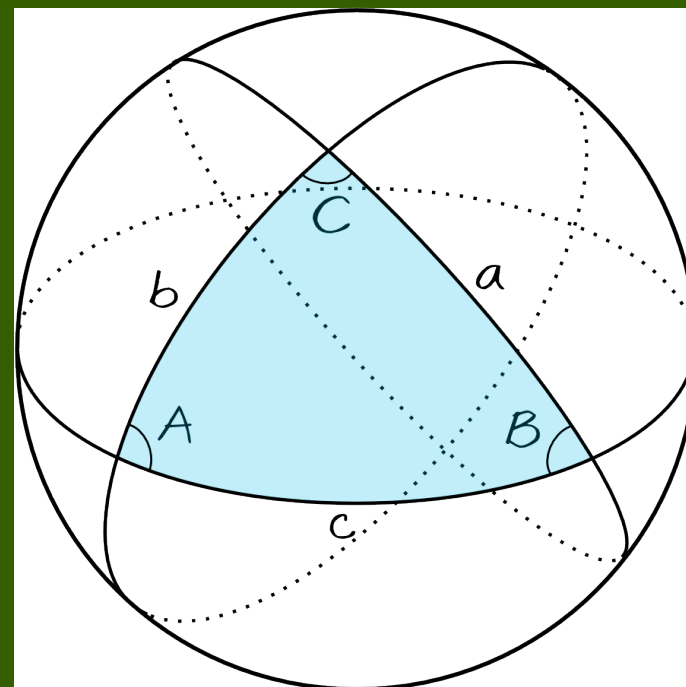
Trygonometria sferyczna



Wzory cosinusów dla kątów:

$$\begin{aligned}\cos A &= -\cos B \cdot \cos C + \sin B \cdot \sin C \cdot \cos a \\ \cos B &= -\cos A \cdot \cos C + \sin A \cdot \sin C \cdot \cos b \\ \cos C &= -\cos B \cdot \cos A + \sin B \cdot \sin A \cdot \cos c\end{aligned}$$

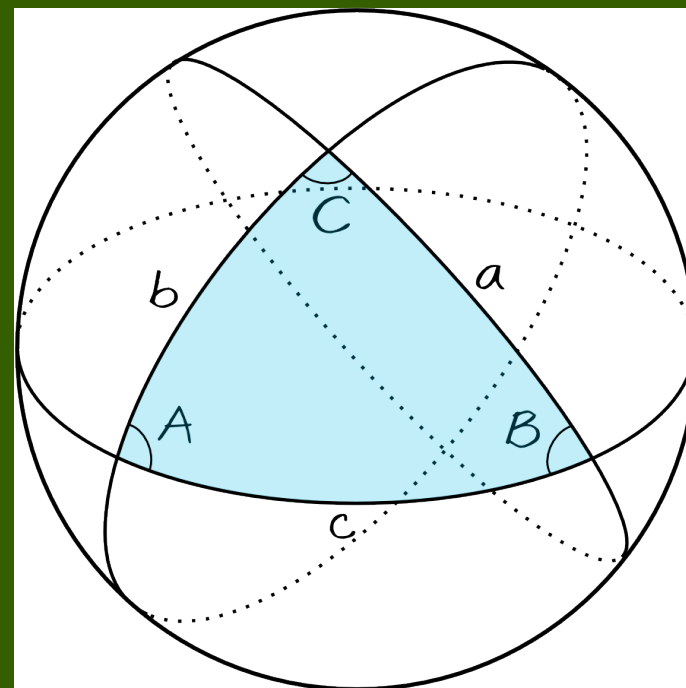
Trygonometria sferyczna



Wzory pięcioelementowe dla boków:

$$\begin{aligned}\sin a \cdot \cos B &= \cos b \cdot \sin c - \sin b \cdot \cos c \cdot \cos A \\ \sin b \cdot \cos C &= \cos c \cdot \sin a - \sin c \cdot \cos a \cdot \cos B \\ \sin c \cdot \cos A &= \cos a \cdot \sin b - \sin a \cdot \cos b \cdot \cos C \\ \sin a \cdot \cos C &= \cos c \cdot \sin b - \sin c \cdot \cos b \cdot \cos A \\ \sin b \cdot \cos A &= \cos a \cdot \sin c - \sin a \cdot \cos c \cdot \cos B \\ \sin c \cdot \cos B &= \cos b \cdot \sin a - \sin b \cdot \cos a \cdot \cos C\end{aligned}$$

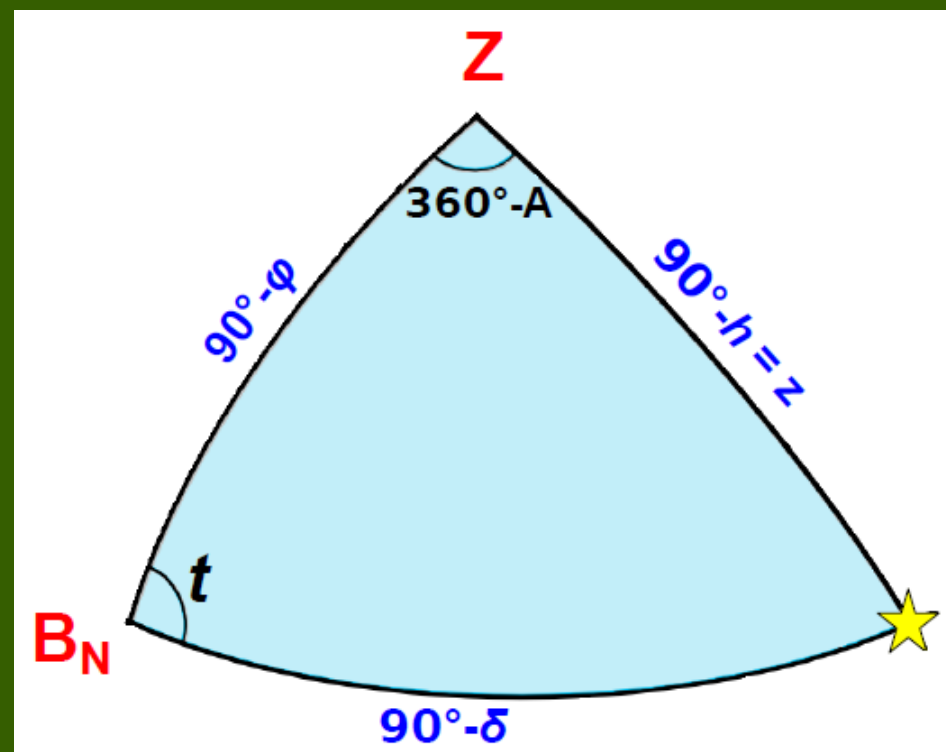
Trygonometria sferyczna



Wzory pięcioelementowe dla kątów:

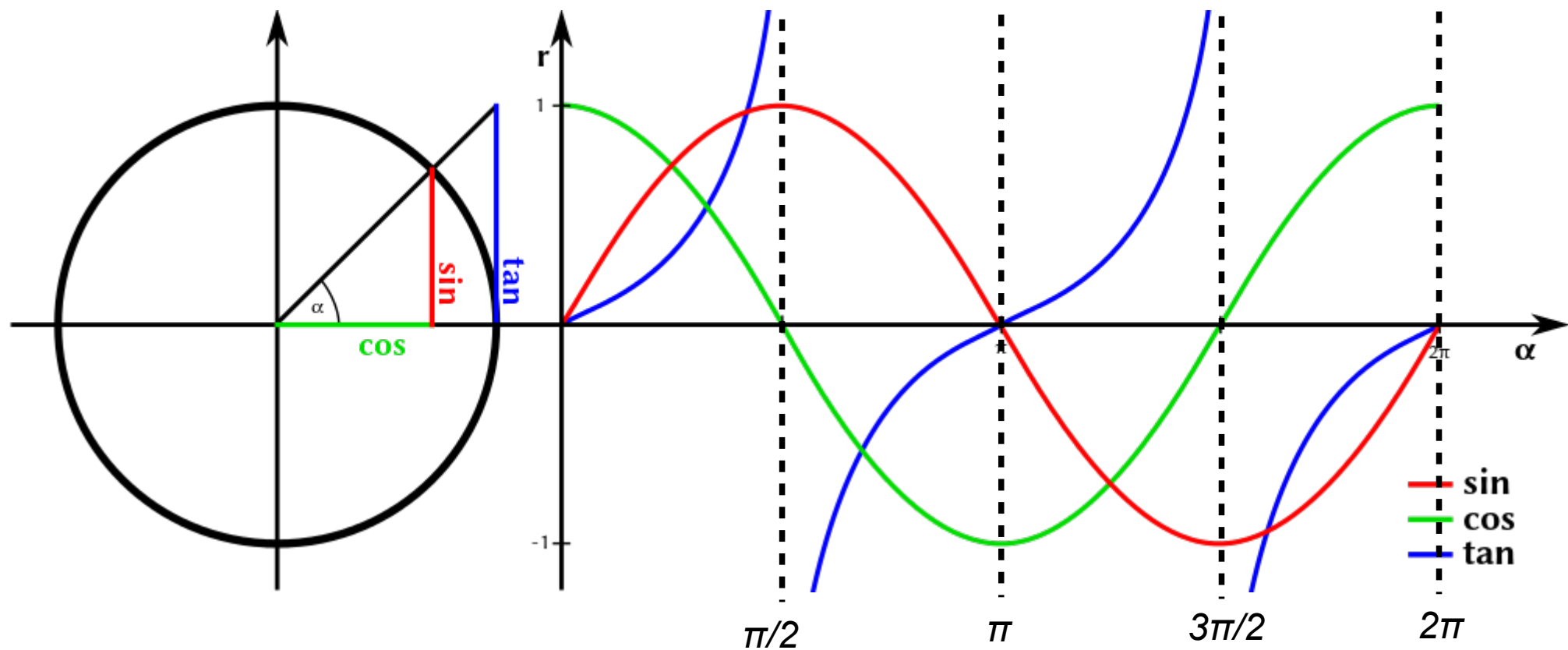
$$\begin{aligned}\sin A \cdot \cos b &= \cos B \cdot \sin C + \sin B \cdot \cos C \cdot \cos a \\ \sin A \cdot \cos c &= \cos C \cdot \sin B + \sin C \cdot \cos B \cdot \cos a \\ \sin B \cdot \cos a &= \cos A \cdot \sin C + \sin A \cdot \cos C \cdot \cos b \\ \sin B \cdot \cos c &= \cos C \cdot \sin A + \sin C \cdot \cos A \cdot \cos b \\ \sin C \cdot \cos a &= \cos A \cdot \sin B + \sin A \cdot \cos B \cdot \cos c \\ \sin C \cdot \cos b &= \cos B \cdot \sin A + \sin B \cdot \cos A \cdot \cos c\end{aligned}$$

Związki układu horyzontalnego z równikowym godzinnym



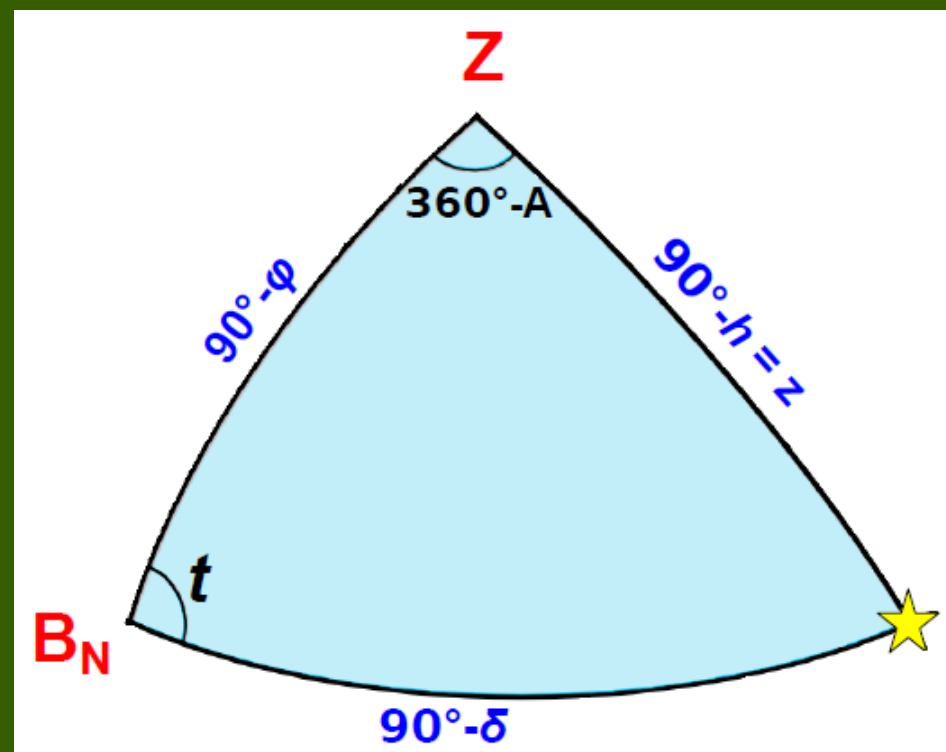
$$\begin{aligned}\sin \delta &= \sin \varphi \sin h + \cos \varphi \cos h \cos A \\ \cos \delta \cos t &= \cos \varphi \sin h - \sin \varphi \cos h \cos A \\ \cos \delta \sin t &= -\cos h \sin A\end{aligned}$$

Uwaga! Tu azymut od północy! Podpowiedź: $\sin(180+\alpha) = -\sin(\alpha)$; $\cos(180+\alpha) = -\cos(\alpha)$



$t = \text{atan2}(z \cdot \sin t, z \cdot \cos t)$, z – dowolna stała dodatnia

Związki układu horyzontalnego z równikowym godzinnym



$$\begin{aligned}\sin h &= \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t \\ \cos h \cos A &= \cos \varphi \sin \delta - \sin \varphi \cos \delta \cos t \\ \cos h \sin A &= -\cos \delta \sin t\end{aligned}$$

Związki układu horyzontalnego z równikowym godzinnym

Przez $r_{\alpha,\beta}$ oznaczmy wektor, którego składowe x , y i z wyliczymy ze wzorów:

$$x = \cos \alpha \cos \beta$$

$$y = \sin \alpha \cos \beta$$

$$z = \sin \beta$$

Operatory obrotu:

$$R_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

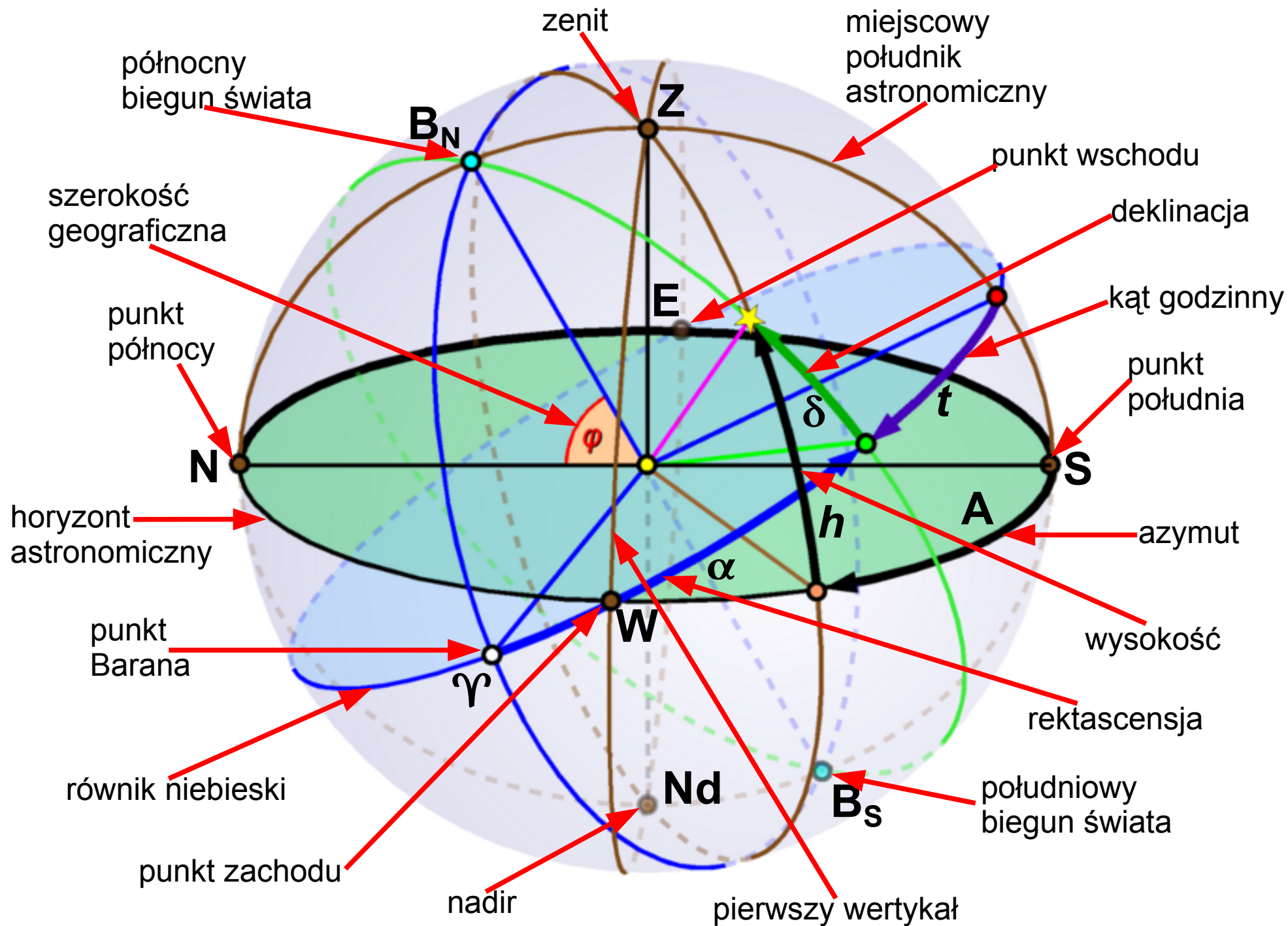
$$R_y(\phi) = \begin{pmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi \end{pmatrix}$$

$$R_z(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

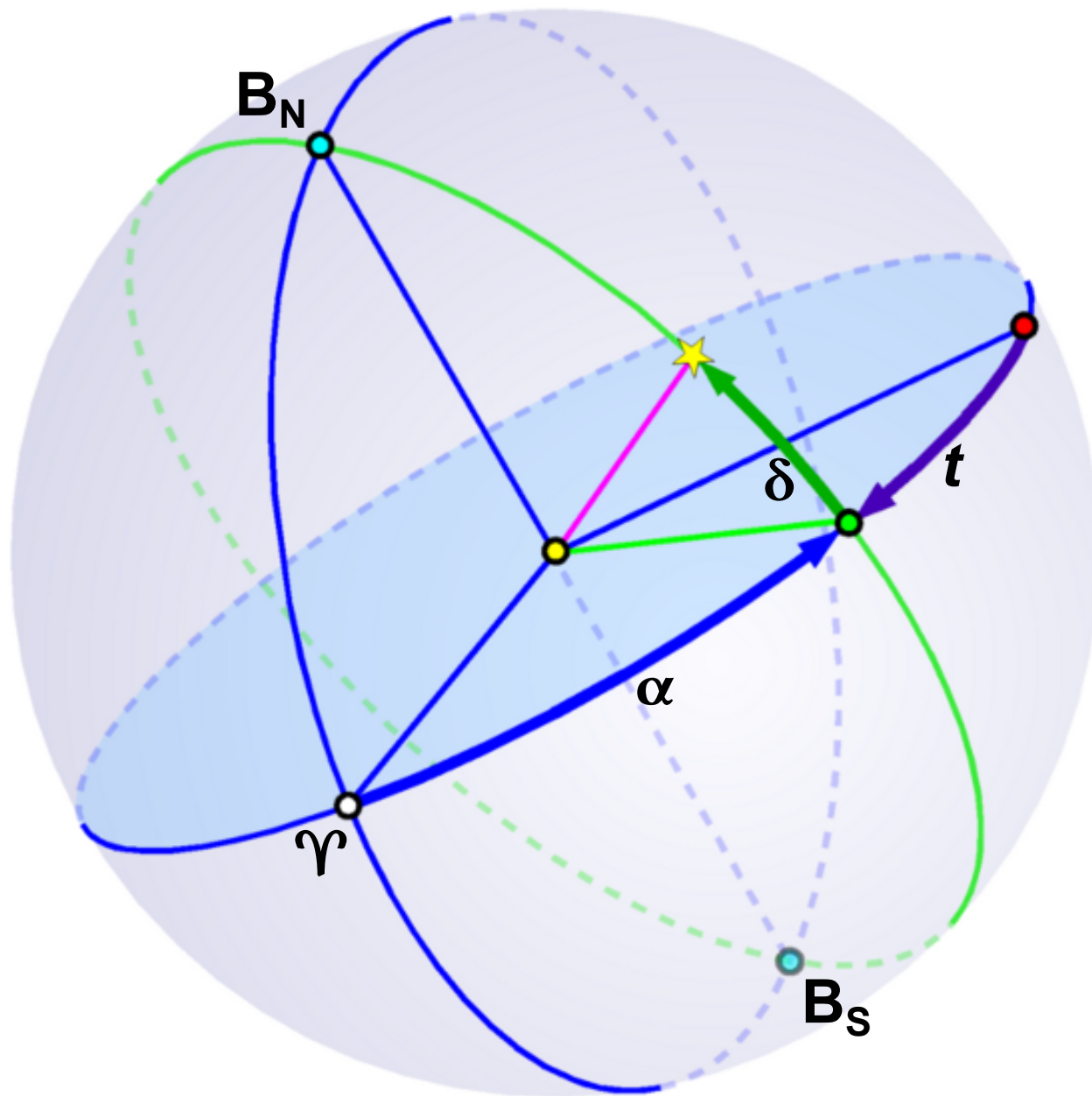
$$r_{t,\delta} = R_y(\varphi - 90^\circ) R_z(180^\circ) r_{A,h}$$

$$r_{A,h} = R_z(-180^\circ) R_y(90^\circ - \varphi) r_{t,\delta}$$

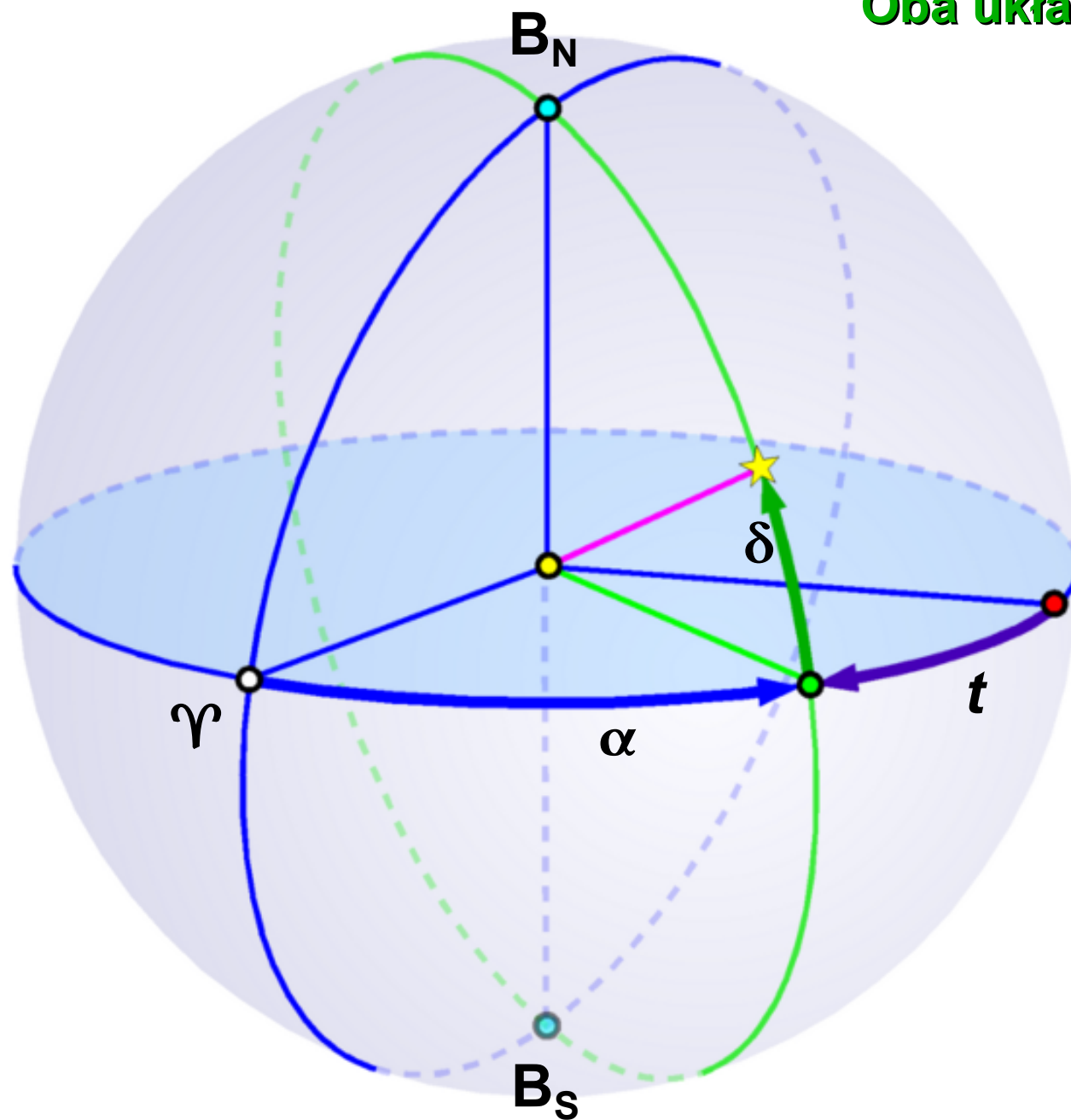
Oba układy równikowe oraz układ horyzontalny



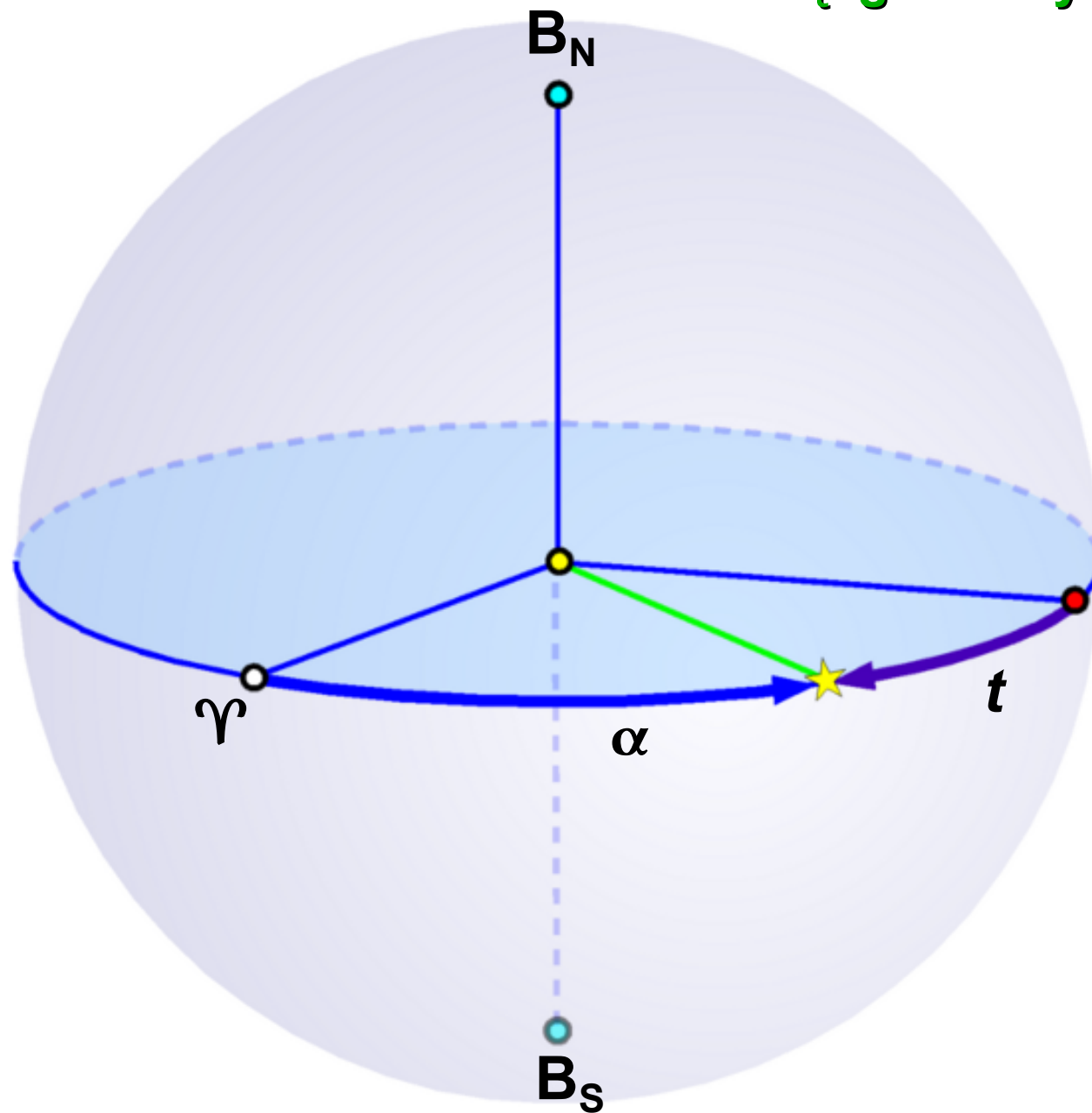
Oba układy równikowe



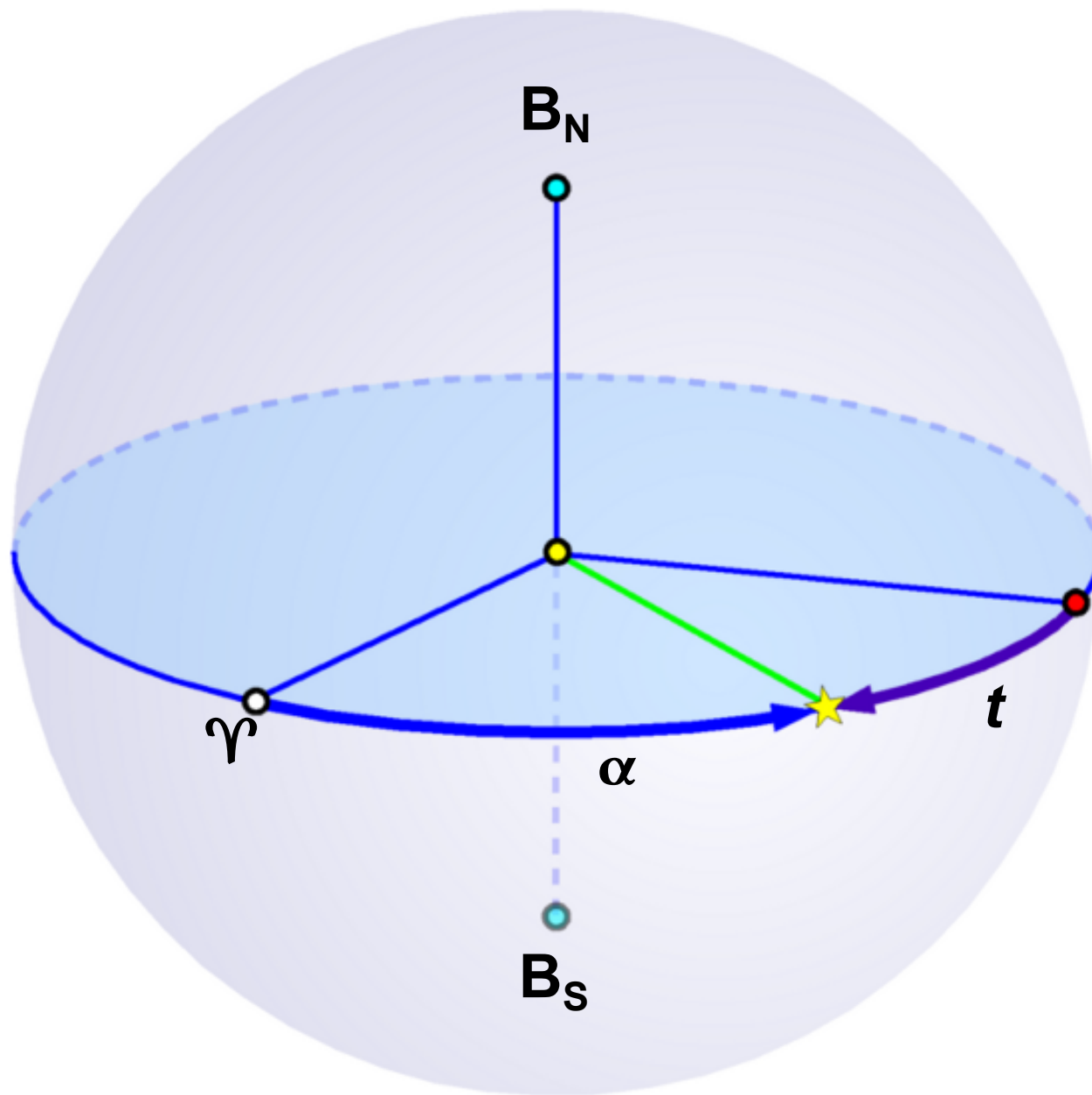
Oba układy równikowe



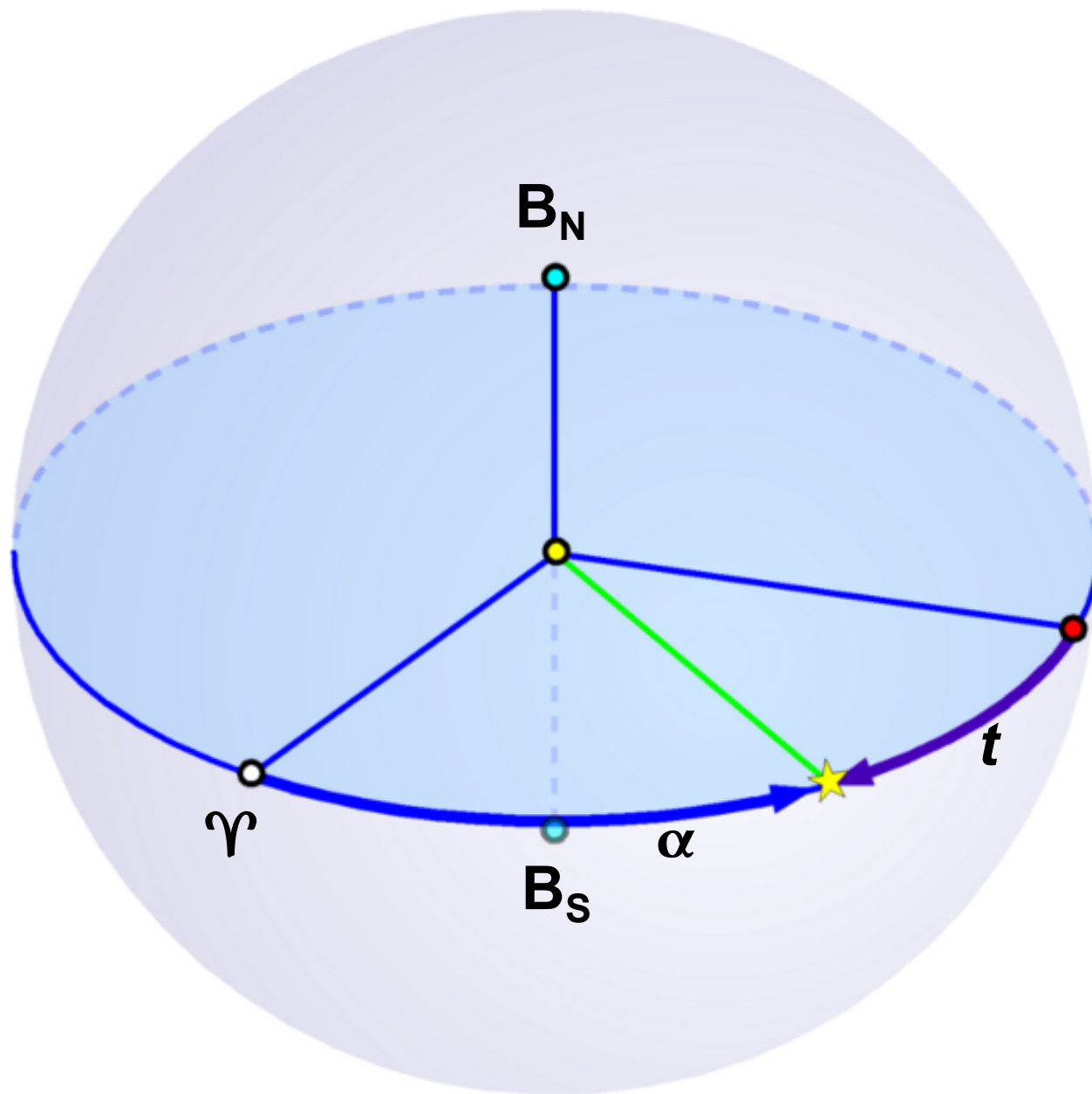
kąt godzinny i rektascensja



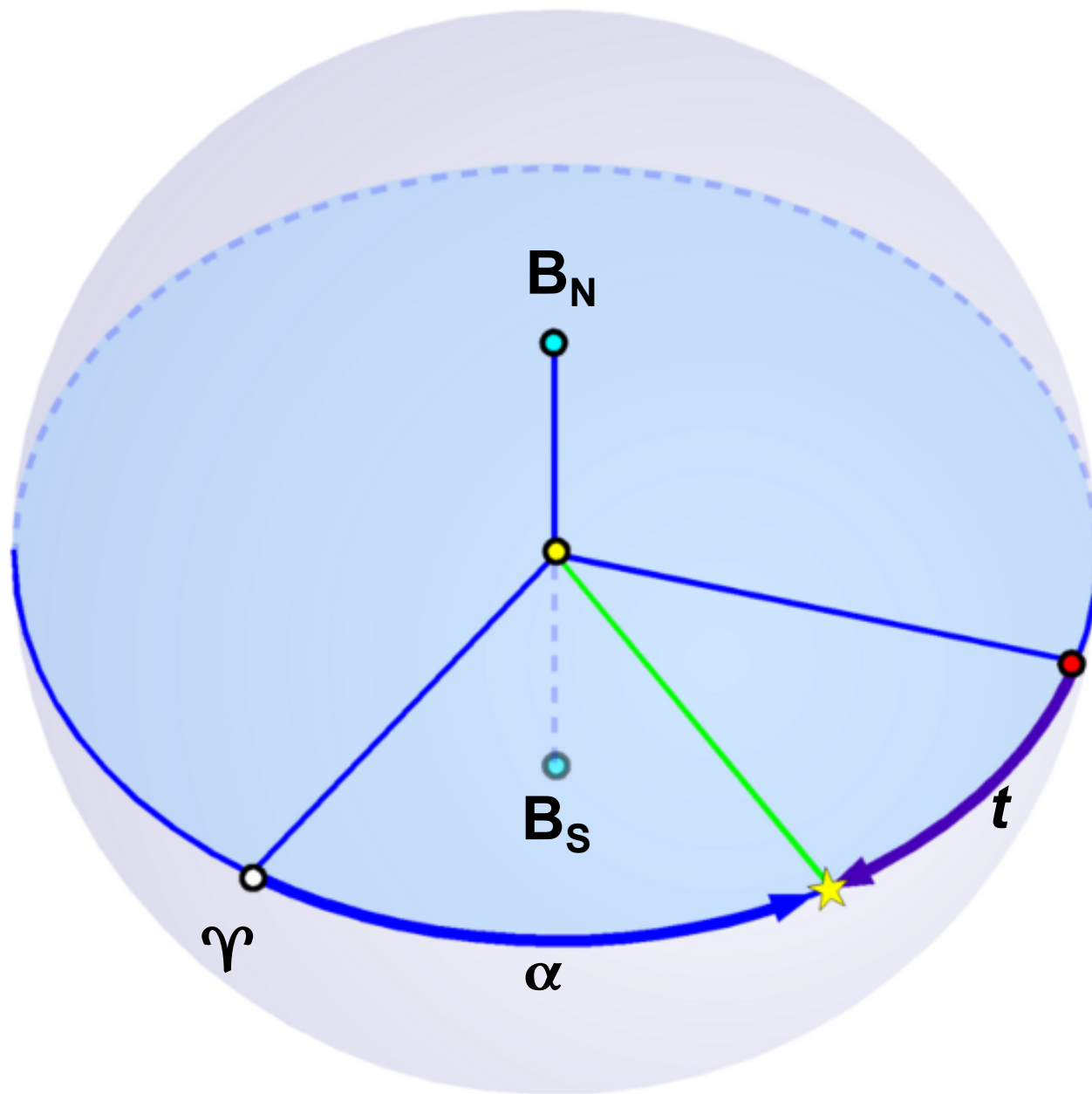
kąt godzinny i rektascensja



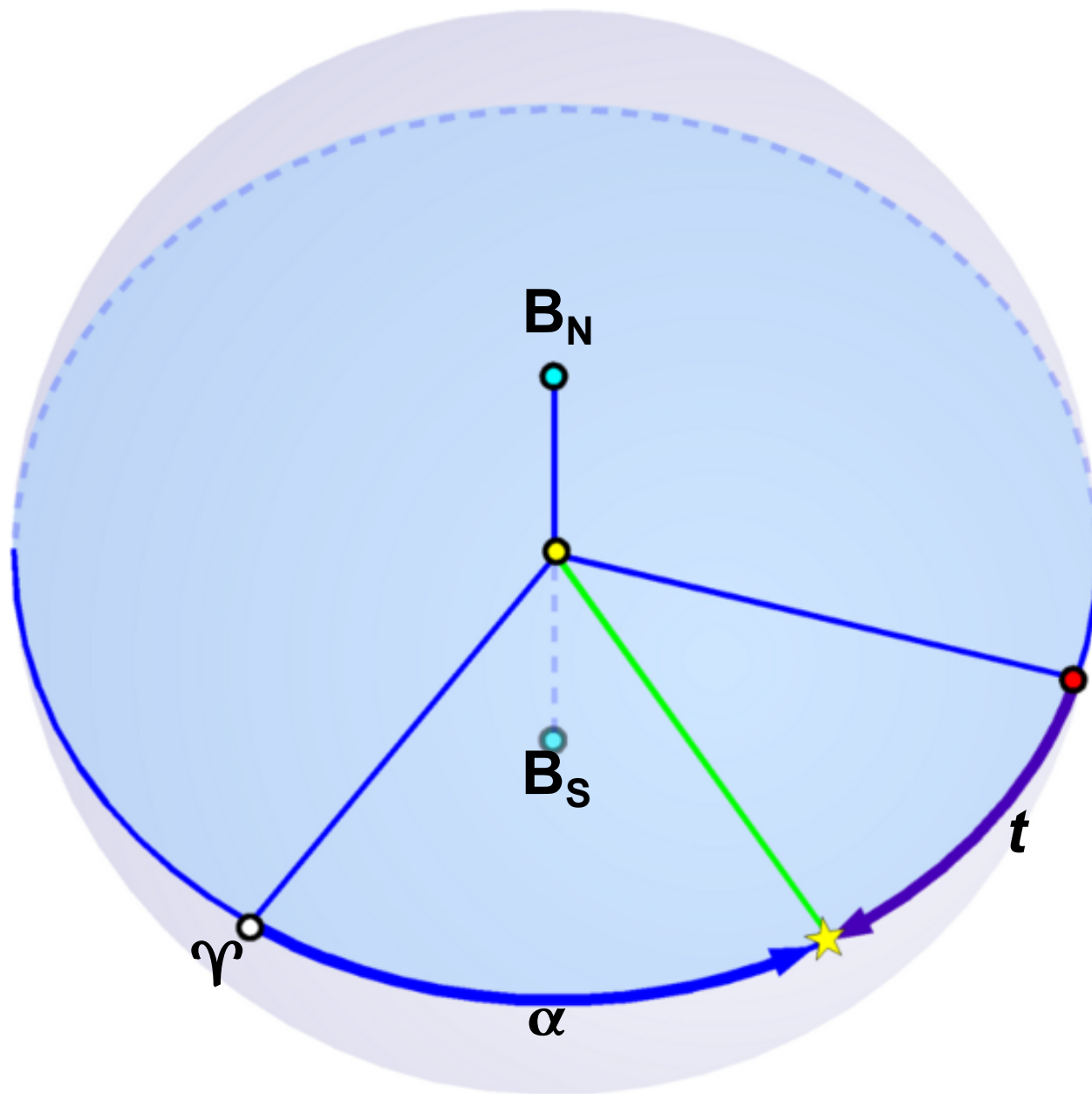
kąt godzinny i rektascensja



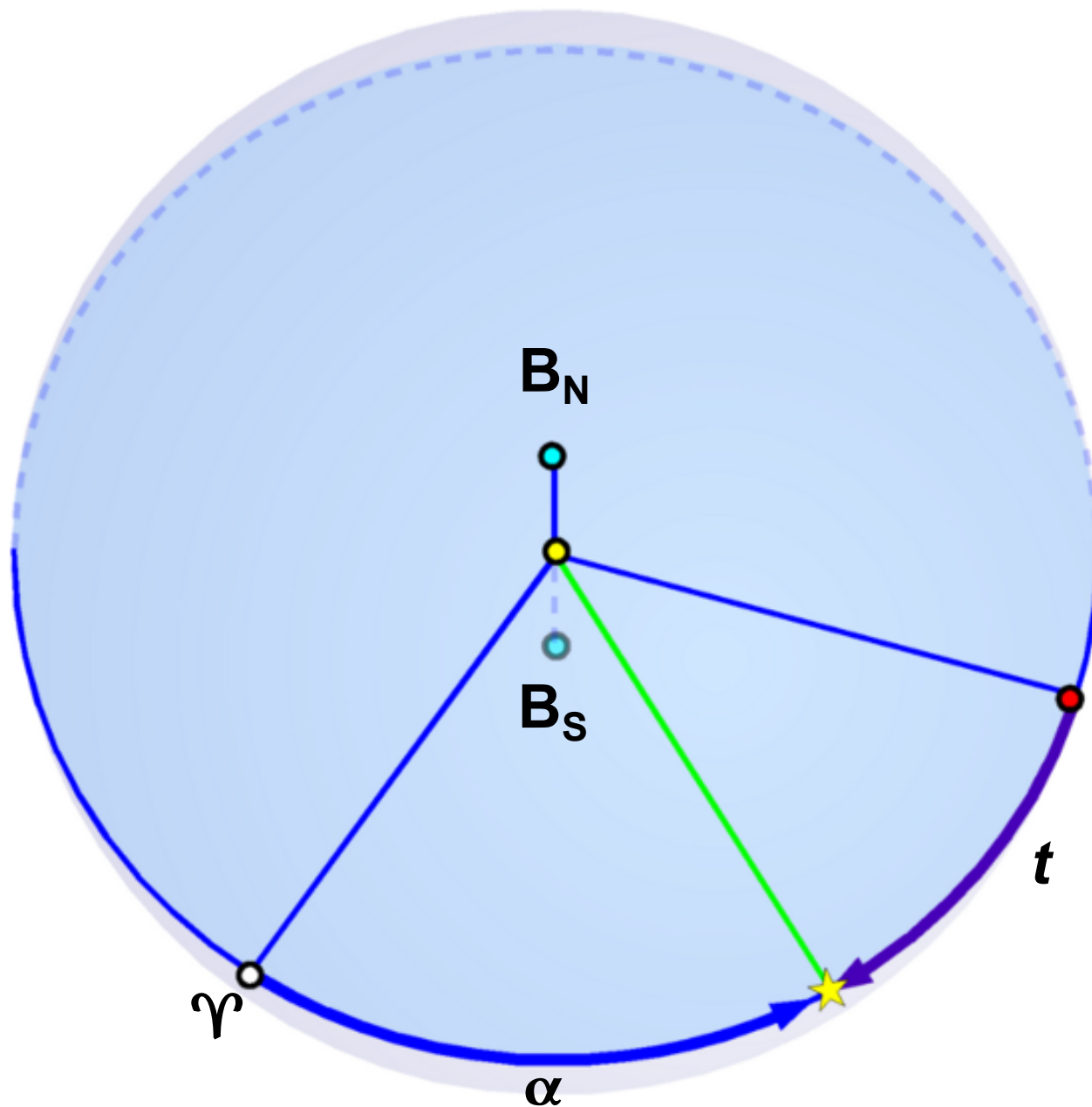
kąt godzinny i rektascensja



kąt godzinny i rektascensja

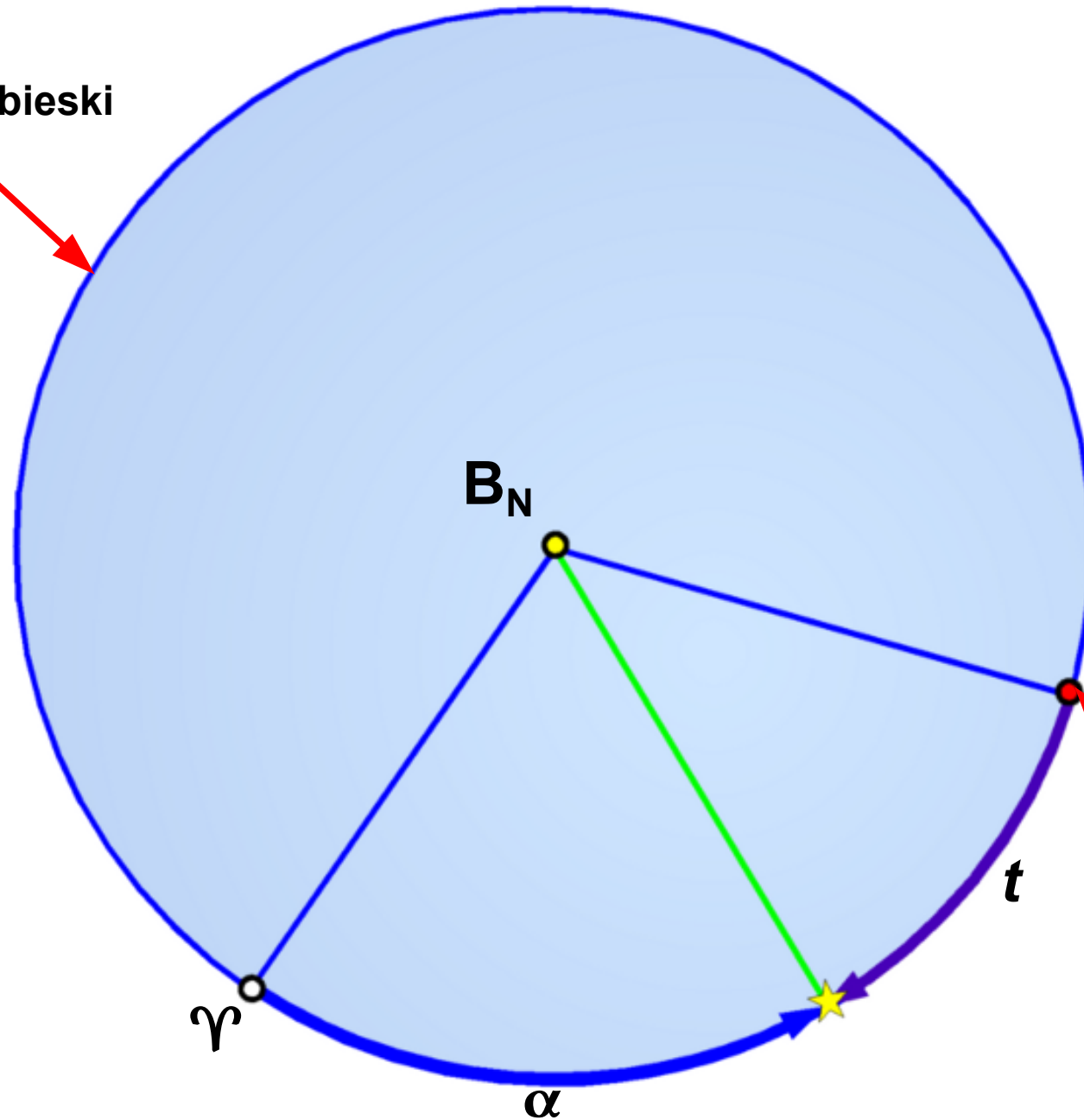


kąt godzinny i rektascensja



kąt godzinny i rektascensja

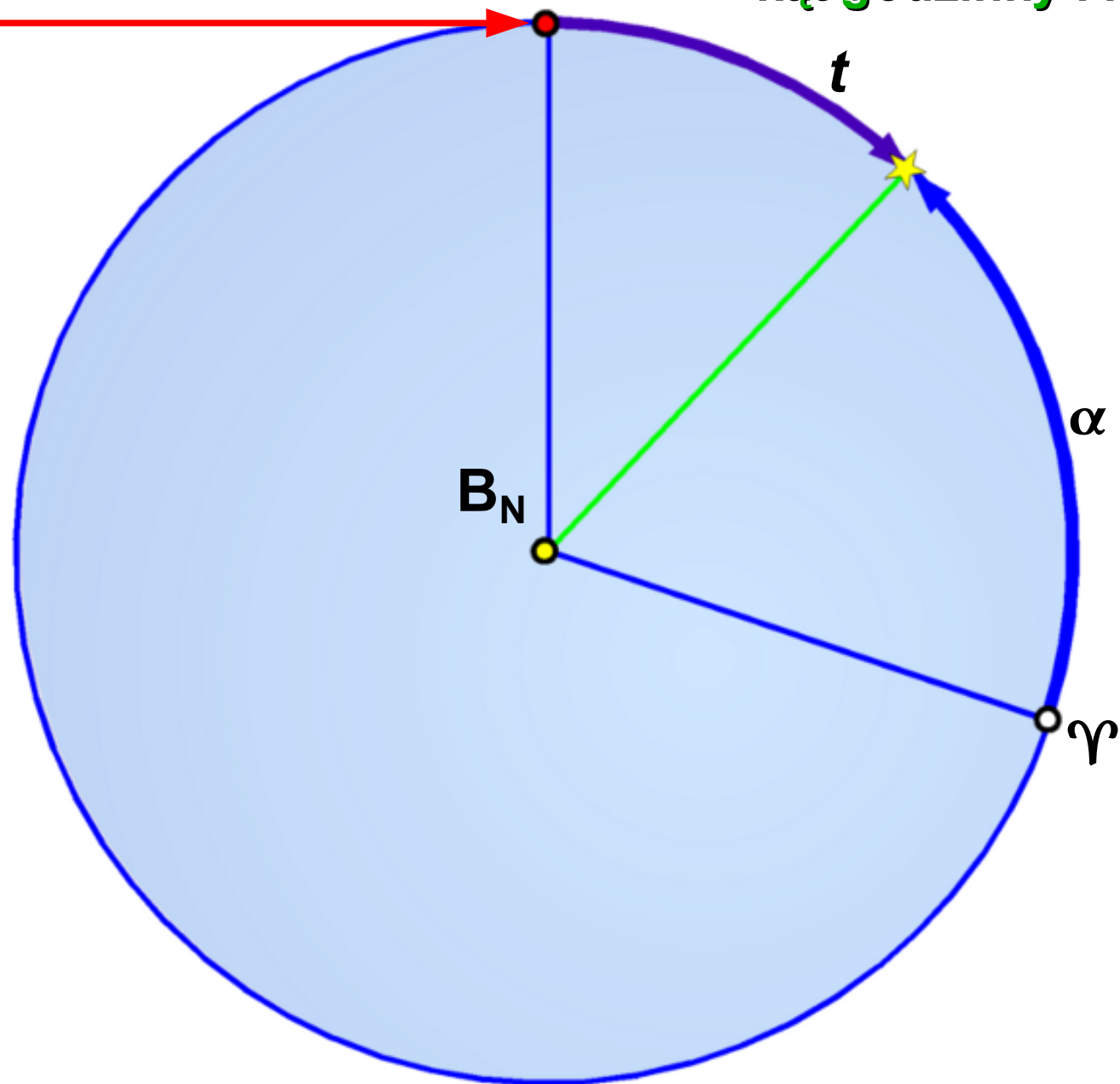
równik niebieski



punkt
górowania
na równiku

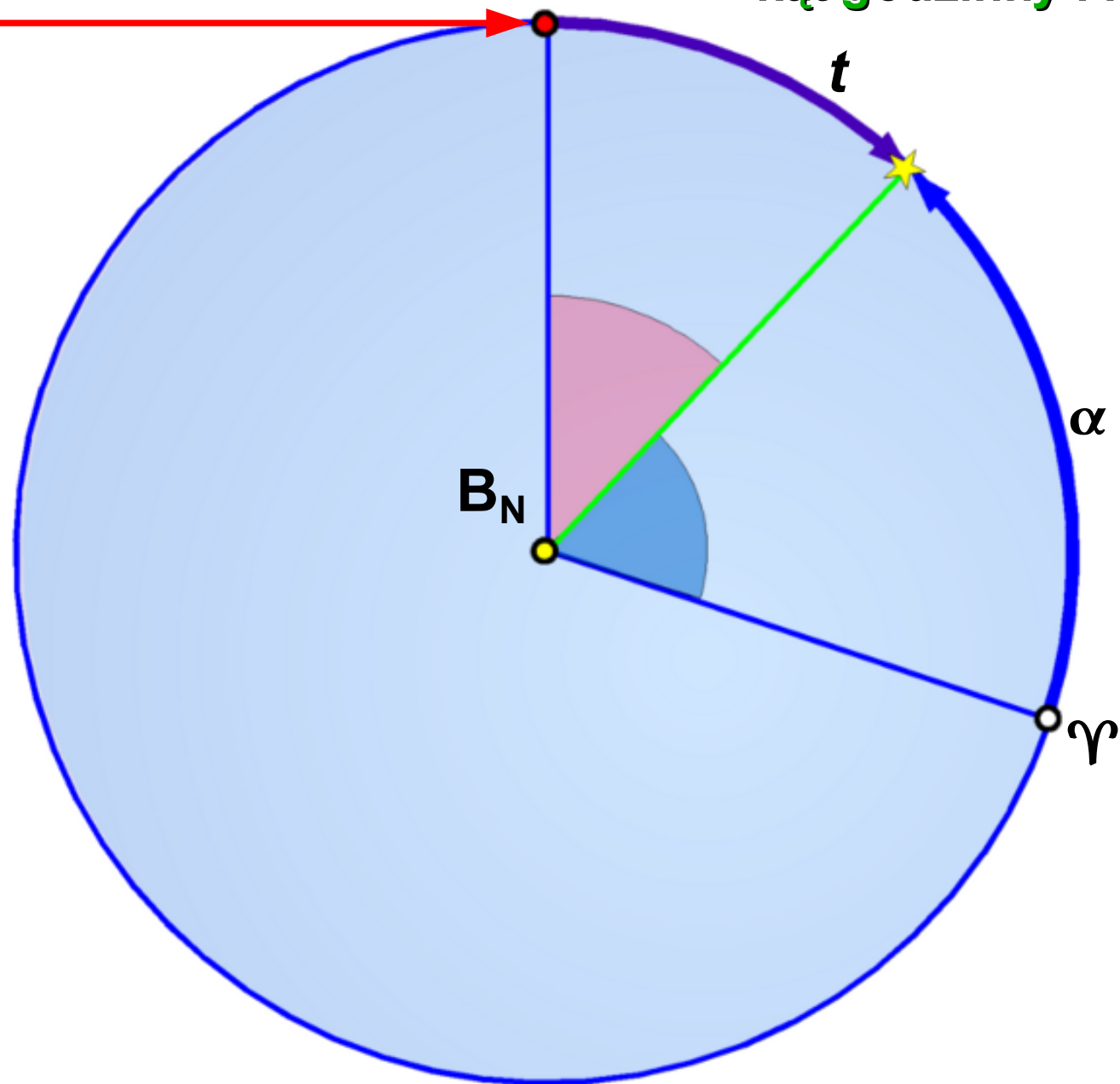
punkt
górowania
na równiku

kąt godzinny i rektascensja



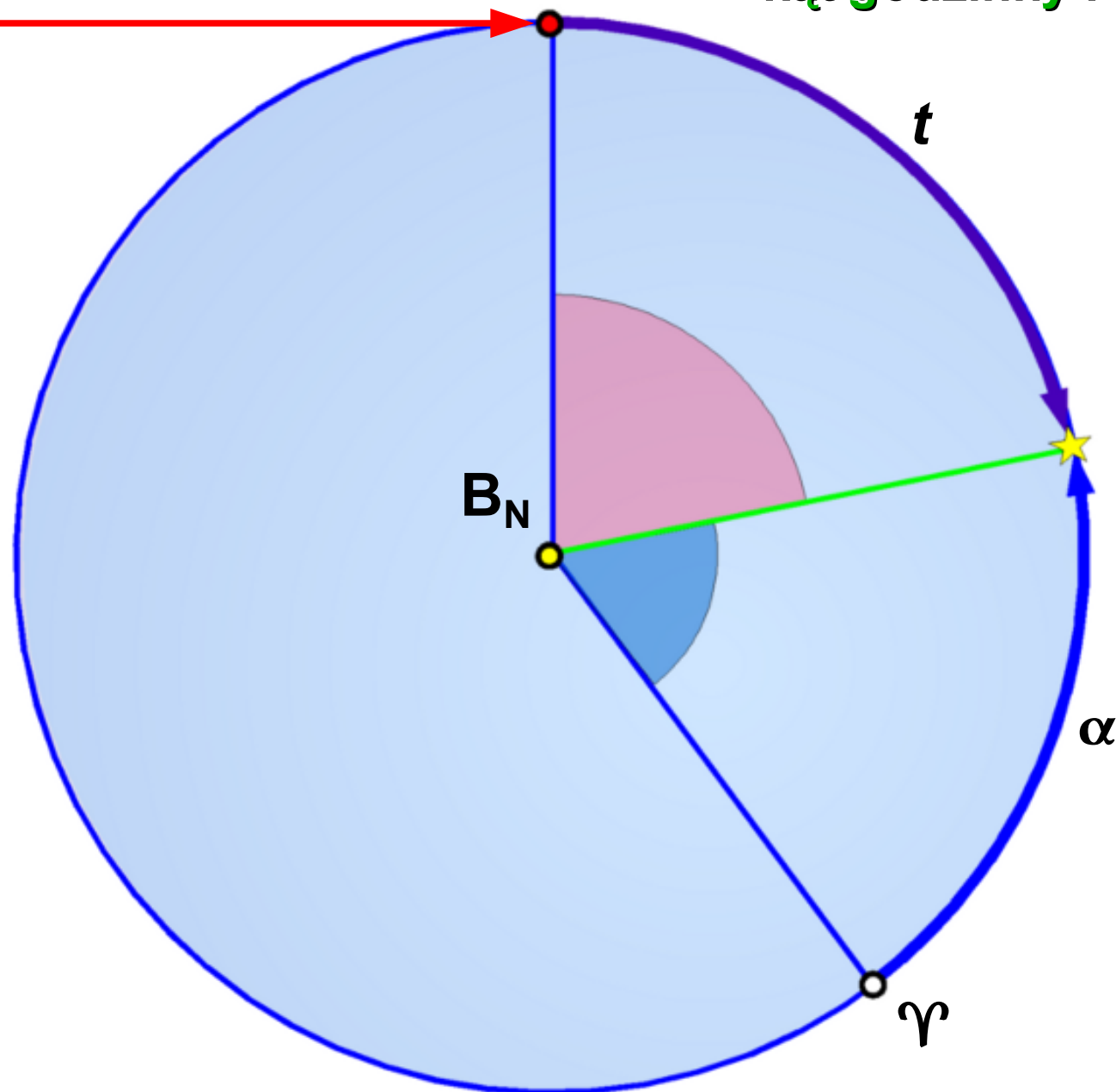
punkt
górowania
na równiku

kąt godzinny i rektascensja



punkt
górowania
na równiku

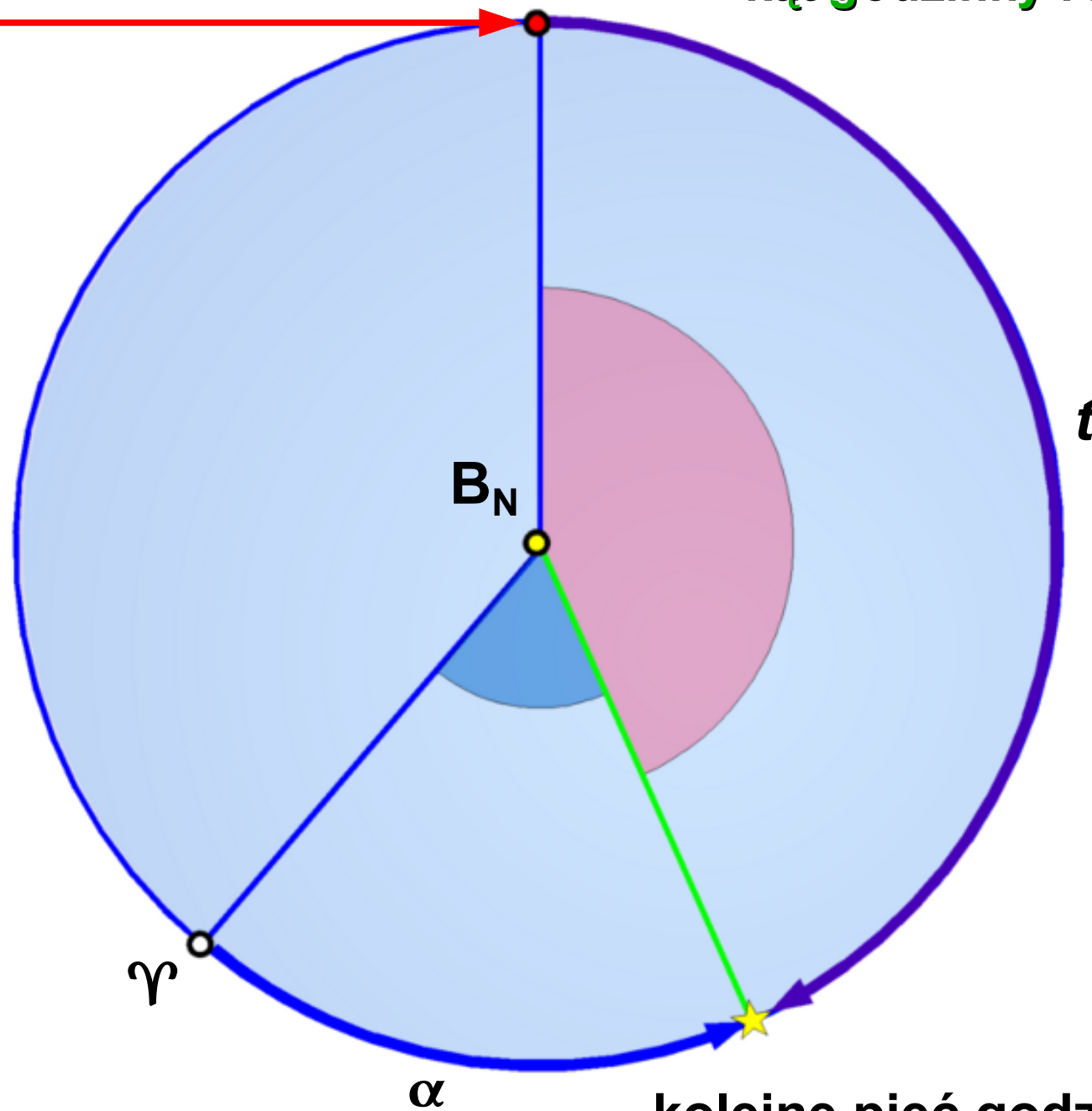
kąt godzinny i rektascensja



około dwie godziny później

punkt
górowania
na równiku

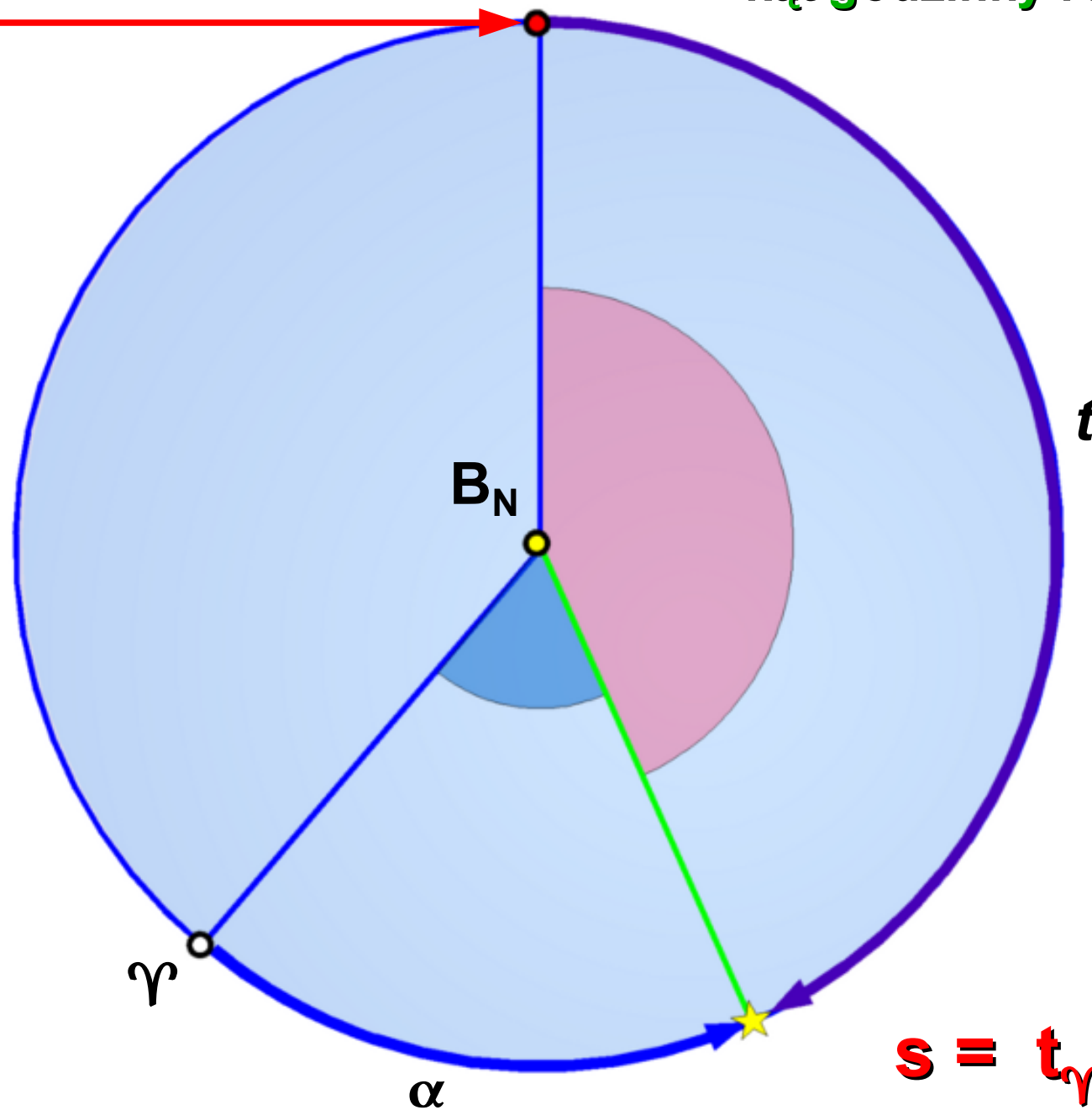
kąt godzinny i rektascensja



kolejne pięć godzin później

punkt
górowania
na równiku

kąt godzinny i rektascensja



$$s = t_\gamma = t_* + \alpha_*$$